

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

Marko Movre

UTJECAJ VIZUALIZACIJE  
NA USPJEH U RJEŠAVANJU ZADATAKA IZ  
MEHANIKE

Diplomski rad

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: PROFESOR FIZIKE

**Marko Movre**

Diplomski rad

**Utjecaj vizualizacije na uspjeh u  
rješavanju zadataka iz mehanike**

Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Ana Sušac

Ocjena diplomskog rada: \_\_\_\_\_

Povjerenstvo: 1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Datum polaganja: 11. srpnja 2014.

Zagreb, 2014.

*„35 % svih statistika besmisleno je.“*

## Sažetak

Vizualizacija je važan korak u rješavanju zadataka u fizici i ovo istraživanje bavilo se samo jednim aspektom tog kompleksnog procesa – crtanjem slika. Slike u zadacima mogu biti u različitoj funkciji: mogu pomagati u razumijevanju teksta, ali za to nisu nužne, mogu biti nužan dio teksta koji sadrži dio informacija, mogu biti grafovi, dijagrami sila te ostale vrste dijagrama. Ovo istraživanje ograničilo se na slike koje nisu nužne, ali pomažu razumjeti tekst te je analiziralo kako pojavljivanje takvih slika u zadatku i crtanje istih od strane učenika pomaže u rješavanju zadataka. Zadaci u ovom istraživanju ispituju poznavanje i razumijevanje zakona očuvanja energije, nekoliko različitih fizikalnih situacija i koncepata kao što su pretvorba energije (gravitacijske i elastične potencijalne te kinetičke), rad i gubici energije. Istraživanje je provedeno u četiri srednje škole u gradu Zagrebu. Ukupno je sudjelovalo 240 učenika drugih razreda. Učenici su ispunili i kratki upitnik povezan s temom istraživanja i odgovorili su na pitanja kako im je i u kojem slučaju zadana slika pomogla pri rješavanju zadataka. Zadacima bez slike proučavalo se jesu li učenici samostalno prikazivali slikom danu fizikalnu situaciju, ili nisu, te ako jesu koliko su te njihove slike bile informativne. Učenici su općenito loše riješili test pokazujući brojne poteškoće u vezi s razumijevanjem koncepta energije i zakona očuvanja energije. U analizi slika pokazalo se da mnogi imaju poteškoća u vezi s razumijevanjem fizikalnih situacija ili da ne znaju što podrazumijeva potpuni opis skicom. Ovo istraživanje ukazalo je na korelaciju između crtanja slika i uspjeha u rješavanju zadataka. Rezultati nisu pokazali statistički značajnu razliku u uspjehu u rješavanju zadataka sa zadanom slikom i bez nje. Ipak, nije samo zadana slika bila indikator vizualizacije, nego i slike koje su učenici sami crtali tijekom rješavanja zadataka. Slabiji uspjeh postigli su učenici koji nisu imali sliku u zadatku, a nisu sliku ni sami crtali od učenika koji su ili imali sliku zadanu u zadatku ili su nacrtali vlastitu sliku. Pokazalo se da vizualizacija značajno utječe na uspjeh u rješavanju. Također je pokazano da su učenici koji su točnije i potpunije crtali slike bili uspješniji u rješavanju zadataka. Ovo istraživanje dokazuje da crtanje slika, kao oblik vizualizacije fizikalne situacije, pomaže u rješavanju zadataka. Nastavnici bi trebali poticati učenike da vizualiziraju i pritom crtaju dane fizikalne situacije.

# **Effect of visualization on the success in problem solving in mechanics**

## **Abstract**

Visualization is important step in problem solving in physics and in this study we focused on only one aspect of that complex process – figure drawing. Figures can have different functions: they can help understand the text, but are not really necessary; they can be an indispensable part of the text containing information; graphs; diagram of forces and other diagrams. This study deals with figures that are not necessary, but can help understand the text and also examines how given figures as well as those drawn by students help in problem solving. The test which was given to participants in this study examines the knowledge and understanding of the law of conservation of energy and some different situations and concepts like energy transformation (gravitational potential, elastic potential and kinetic), work and energy loss. The study was carried out in four different high schools in the city of Zagreb including 240 second class students. The students also filled in a short questionnaire and answered the questions how and in which situations a figure helps them to solve physics problems. In problems without a figure we studied whether students were capable of representing given physical situation on their own and if they were, how informative their figure was. Students generally scored poorly on this test showing a number of difficulties associated with the understanding of the concept of energy and the law of conservation of energy. The analysis of figures shows that a lot of students have difficulties with understanding physical situations or that they do not understand what a completely informative figure means. This study indicated that there is a correlation between figure drawing and success in problem solving. Our results did not show that there is a statistically significant difference in success in problem solving with or without a given figure. However, given figure was not the only indicator of visualization, figures drawn by students were also taken into consideration. The students who were not given a figure and did not draw one themselves achieved lower success than the students who were given a figure or drew it themselves, which indicates that visualization significantly influences the results in problem solving. Also, students who drew more accurate and complete figures achieved better results. This study shows that drawing figures as a form of visualization of a physical situation does help in problem solving. Teachers should encourage their students to visualize and draw physical situations.

## Sadržaj

1	Uvod.....	1
2	Teorijska pozadina .....	2
2.1	Istraživanja u području vizualizacije .....	2
2.2	Istraživanja u području zadataka s energijom.....	5
3	Metode.....	7
3.1	Ispitanici i način provođenja testiranja .....	7
3.2	Model rješenja i opis bodovanja pojedinog zadatka .....	9
3.3	Obrada podataka .....	10
4	Rezultati i diskusija .....	12
4.1	Generalni rezultati.....	12
4.2	Filtriranje podataka .....	16
4.3	Utjecaj vizualizacije na uspjeh u rješavanju zadataka .....	17
4.4	Analiza slika .....	20
4.5	Zanimljivosti i komentari.....	26
4.6	Analiza upitnika.....	35
5	Zaključci.....	38
6	Implikacije na nastavu.....	41
	Dodaci.....	43
A	Test: model rješenja i opis bodovanja pojedinog zadatka.....	43
B	Upitnik.....	47
C	Tablica podataka .....	48
	Literatura .....	52

## 1. Uvod

Fizika ne zauzima visoko mjesto popularnosti među školskim predmetima jer je teška, često neshvatljiva i zahtijeva od učenika razmišljanje i povezivanje znanja. Rješavanje fizikalnih problema (konceptualnih i numeričkih) nerijetko predstavlja pravi stres i zbog loše učenikove pripremljenosti daje u velikoj mjeri loše rezultate. Ipak, to ne ovisi samo o učenicima, već i o njihovim nastavnicima fizike koji moraju preuzeti dio odgovornosti.

U poučavanju fizike može se pojaviti mnogo raznih poteškoća (učeničkih i nastavničkih). Jedan od problema u nastavi fizike jest kako učenike navesti na kvalitetnije rješavanje zadataka i prihvaćanje modela prema kojem mogu postupiti pri rješavanju zadataka. U ovom istraživanju zanimala nas je vizualizacija fizikalne situacije kao jedan od prvih koraka u rješavanju zadatka, a ograničili smo se na jedan aspekt tog procesa koji nam je najlakše dostupan – crtanje slika. Od svih sam dobio odgovor da je jasno da će slike u zadacima utjecati na njihovo rješavanje, točnije da će pomoći. Svima je to intuitivno bilo jasno, fizičarima ili nefizičarima. Ali pitanje ipak ostaje otvoreno jer ne postoji sustavno istraživanje u tom području. Pritom me zanimalo sljedeće: ako zadatak ne sadrži sliku, koliko će učenika samoinicijativno nacrtati slike i time sebi pomoći u vizualizaciji problema? Kakve će biti te slike? Može li se iz njih iščitati učenikovo razumijevanje fizikalne situacije? Dolazi li to samo od sebe ili je produkt nastavnikova truda i uvjeravanja? Istraživanje o slikama potaknulo je zanimanje kod kolega studenata, nastavnika fizike, ali i ostalih koji nisu u našoj struci.

Područje koje sam odabrao jest mehanika, točnije zakon očuvanja energije – važno područje nastavnog programa prvog razreda srednje škole i jedan od temeljnih koncepata u fizici. Iz područja zakona očuvanja energije postoji mnoštvo numeričkih i konceptualnih zadataka. Zadacima se može ispitati poznavanje i razumijevanje nekoliko različitih situacija i koncepata kao što su pretvorba energije (gravitacijske i elastične potencijalne te kinetičke), rad i gubici energije. Zadaci u testu ovog istraživanja upravo su odabrani tako da pokrivaju sva ta područja i ispituju poznavanje svih tih koncepata. Također, od ukupno šest zadataka odlučio sam se za četiri zadatka otvorenog tipa i dva zadatka višestrukog izbora. Konačan odabir zadataka bio je rezultat procjene: je li upravo to fizikalna situacija u kojoj bi slika mogla pomoći u razrješavanju nejasnoća i pri rješavanju zadatka? Rezultati istraživanja otkrit će i uspješnost ove procjene.

## 2. Teorijska pozadina

### 2.1. Istraživanja u području vizualizacije

Rješavanje zadataka odvija se u više koraka. Upute kako rješavati zadatke iz fizike mogu se pronaći na raznim internetskim adresama ili često u uvodima udžbenika iz opće fizike. Naprimjer, u sažetom obliku izdvojio bih sljedeće: 1. dobro pročitati zadatak, razumjeti što zadatak sadržava (što je zadano, što se traži), 2. prepoznati fizikalnu situaciju i osnovne principe na kojima je zasnovana, 3. vizualizirati, zamisliti, nacrtati sliku, dijagram ili graf, 4. riješiti, primijeniti matematičke izraze, 5. fizikalno interpretirati rezultat i provjeriti smislenost, jedinice, predznak.

Vizualizacija je jedan od prvih koraka u rješavanju zadataka. To je kompleksan proces koji nam nije u potpunosti dostupan. Ovdje smo se ograničili na jedan aspekt koji je moguće istražiti – pomaže li zadana slika/crtanje slika u rješavanju zadataka? Slike u zadacima mogu biti u različitoj funkciji: mogu pomoći u razumijevanju teksta, ali pri tome i nisu nužne, mogu biti nužan dio teksta koji sadrži dio informacija, mogu biti grafovi, dijagrami sila te ostale vrste dijagrama. Mi smo se odlučili istražiti pomaže li u rješavanju zadatka zadana slika koja nije nužna. Također nas je zanimalo crtaju li učenici slike i kako to utječe na njihov uspjeh u rješavanju zadataka. Prema našim saznanjima nitko nije na ovaj način istraživao utjecaj zadane slike na uspjeh u rješavanju zadataka. No, postoji niz istraživanja o utjecaju različitih reprezentacija na razumijevanje fizikalnih koncepata.

Ne postoji čisto apstraktno shvaćanje fizikalnih koncepata, već su oni uvijek prikazani u nekoj reprezentaciji: tekstom, formulama, dijagramom, grafom ili slikom. Upotrebom raznih reprezentacija pokušava se bolje razumjeti i savladati fizikalne sustave i procese [1]. Sve više se razvijaju nastavni materijali u kojima se fizikalni koncepti predaju različitim reprezentacijama. Van Heuvelen bio je jedan od prvih fizičara koji je naglašavao potencijalnu korist takve strategije u poučavanju fizike. Cilj rješavanja zadataka postaje reprezentacija fizikalne situacije na različite načine, tako da se apstraktni verbalni opis poveže s apstraktnim matematičkim opisom preko intuitivnih reprezentacija slikom i dijagramom. Istraživanja o utjecaju višestrukih reprezentacija te međusobne usporedbe provode se u svim područjima fizike, a nama su iznimno korisna ona u području mehanike.



Crtanje prikladnog dijagrama pokazalo se korisnim korakom u rješavanju zadataka iz mehanike i može transformirati danu situaciju u prikladniju reprezentaciju što pomaže pri samom rješavanju [2]. Testiranjem se pokazalo da su studenti koji su crtali detaljnije i točnije dijagrame postigli bolji uspjeh na testu. Teorija kognitivnog opterećenja [3] jedan je model koji daje moguće objašnjenje. Crtanjem se smanjuje broj informacija u radnoj memoriji i time se ona rasterećuje za vrijeme rješavanja zadatka. Suprotno tome zadržavanje (pamćenje) svih potrebnih podataka može dovesti do kognitivnog opterećenja i smanjenja uspješnosti. Tako naprimjer crtanje dodatnog dijagrama interakcija značajno pomaže pri ispravnom crtanju dijagrama sila i rješavanju zadataka [4]. Također se pokazalo da uz dodanu sliku kao pomoć tekstu zadatka studenti rjeđe crtaju dijagrame sila, uz objašnjenje kako im ta slika vjerojatno pomaže shvatiti situaciju. Zbog toga dijagrame sila tada smatraju manje potrebnim [5]. Ipak, uz profesore koji koriste višestruke reprezentacije pri poučavanju i u nastavnim materijalima, na učenike manje utječe format reprezentacije zadatka. Ako se želi postići da učenici budu fleksibilniji u rješavanju zadataka različitim pristupima, čini se da upotreba višestrukih reprezentacija tijekom nastavnog procesa pomaže.

Postoje i značajne razlike kod uspjeha u rješavanju pri različitim reprezentacijama. Na slici 1 prikazan je jedan primjer iz Kohlova istraživanja [6] kojim se ispituje uspjeh u rješavanju zadataka koji su dani u četirima različitim formatima (reprezentacijama): verbalnim (tekstom, opisno), matematičkim („uvrsti u formulu“), grafičkim i slikovnim. Takvi zadaci nazivaju se izomorfni zadaci jer su na prvi pogleda različiti, ali zahtijevaju iste fizikalne principe pri rješavanju.

#### **Question 1 - Verbal Format**

A professor drops a ball from the top of an eight-story physics building. At what point has the ball reached half of the speed it has just before it hits the ground? Neglect air resistance.

- A) The ball has reached half of its final speed when it has fallen two stories.
- B) The ball has reached half of its final speed when it has fallen four stories.
- C) The ball has reached half of its final speed when it has fallen six stories.
- D) The ball has reached half of its final speed at some other point.

#### **Question 2 - Mathematical Format**

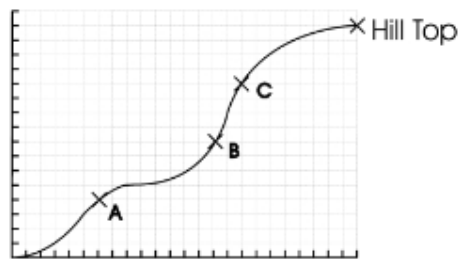
A dumbbell ( $m = 15 \text{ kg}$ ) is dropped from a height of 12 meters. Calculate the speed of the dumbbell when it has fallen to a height of 3 meters. Neglect air resistance, and round to the nearest 0.1 m/s. Note that  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

- A) 9.4 m/s
- B) 13.3 m/s
- C) 7.7 m/s
- D) None of the above.

### Question 3 - Graphical Format

A roller coaster car approaches a hill going just fast enough to reach the top and stop. A graph of the hill's height versus its horizontal coordinate is shown.

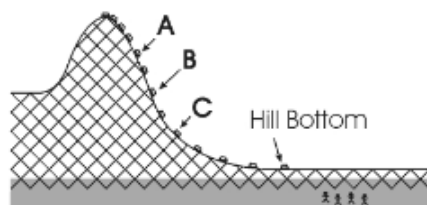
At what point has the car slowed down to half of its original speed? Neglect friction.



- A) Point A      B) Point B      C) Point C  
D) Somewhere else.

### Question 4 - Pictorial Format

A roller coaster car comes to rest at the top of a hill before starting down the other side. At what point on the track is the car moving at one half of the speed it has at the bottom of the hill? Ignore friction.



- A) Point A      B) Point B      C) Point C  
D) Somewhere else.

Slika 1. Izomorfni zadaci u četirima različitim reprezentacijama: verbalnoj, matematičkoj, grafičkoj i reprezentaciji slikom [6].

De Cock [7] iznosi činjenicu kako većina učenika samostalno koristi dodatne reprezentacije unutar jednog zadanog formata, najčešće matematički formalizam, kako bi obrazložili svoje odgovore, ali su često crtali i slike (ili skice) kako bi poduprli svoje objašnjenje. Najčešće su crtali jednostavne slike koje prikazuju danu fizikalnu situaciju, a ponekad i grafove. U zadacima iz mehanike, neovisno o reprezentaciji, objašnjenja preko zakona očuvanja energije bila su manje zastupljena nego objašnjenja preko kinematike.

U svim istraživanjima povezanima s različitim reprezentacijama, slika, graf ili dijagram bili su nužan dio zadatka. Učenici su koristili sliku kao dodatnu reprezentaciju kako bi sebi olakšali rješavanje i pomogli u vizualizaciji fizikalne situacije. Nigdje se nije istraživao utjecaj slike koja je dodatak verbalnoj reprezentaciji, na uspjeh u rješavanju zadataka.

## ***2.2. Istraživanja u području zadataka s energijom***

Energija je apstraktan, globalni koncept u znanosti. Zakon očuvanja energije jedan je od temeljnih zakona u fizici i njegova primjena zahtijeva razumijevanje i primjenu više ključnih fizikalnih pojmova: sustav, rad, kinetička energija, potencijalna energija, unutrašnja energija i dr. [8]. Učenici, pa čak i studenti, često imaju velikih poteškoća s razumijevanjem koncepta energije i primjenom zakona očuvanja energije. U ovom istraživanju utjecaj vizualizacije temelji se na rješavanju zadataka iz područja mehanike i upotrebi i razumijevanju zakona očuvanja energije.

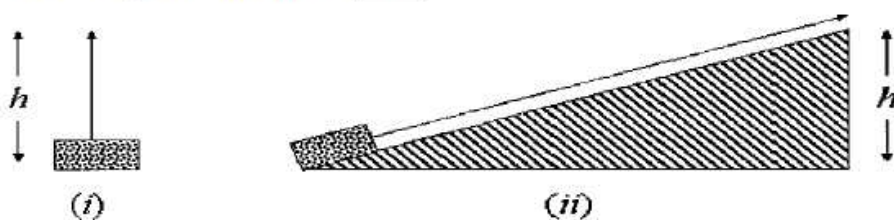
Provedena su mnoga istraživanja o razumijevanju koncepta energije općenito u različitim područjima fizike. Razvijeni su posebni testovi koji provjeravaju konceptualno razumijevanje energije [9,10].

Prema Dingu [9], prethodna istraživanja poučavanja na temu energije u uvodnim sveučilišnim kolegijima fizike otkrila su da studenti imaju ozbiljne poteškoće s osnovnim konceptima u vezi s energijom. Često miješaju energiju sa silom i snagom, zamjenjuju rad i silu i miješaju upotrebu pojmova rad, toplina i unutarnja energija. Također, studenti imaju poteškoća kod izračuna rada izvršenog nad tijelom i posebno kod određivanja predznaka rada. Uza sve te poteškoće studenti često neuspješno primjenjuju zakon očuvanja energije u danim zadacima. Iz tih razloga autori su kreirali test koji se sastoji od zadataka višestrukog izbora koji su prikladni za kolegije mehanike i kolegije sličnih ciljeva i sadržaja. U svojem radu Ding i suradnici navode i primjere komentara studenata u vezi s formulama (najčešće se ne mogu sjetiti formula) i o izračunu rada preko sile umjesto energije.

Kako bi razumjeli i identificirali poteškoće koje studenti imaju u interpretaciji koncepta o energiji u raznim fizikalnim situacijama Singh i Rosengrant [10] istraživali su u kojoj su mjeri te poteškoće univerzalne i postoji li korelacija poteškoća s matematičkim predznanjem. Na slici 2 prikazan je jedan od primjera zadataka iz njihova testa koji provjerava razumijevanje rada i pretvorbe gravitacijske potencijalne energije. Taj zadatak provjerava i razumijevanje razlike između primijenjene sile i izvršenog rada preko te sile.

Poteškoća vjerojatno proizlazi iz poistovjećivanja pojma rada iz svakodnevnog života (manja sila, manji rad) i onoga što se pod radom podrazumijeva u fizici.

8. You want to lift a heavy block through a height  $h$  by attaching a string of negligible mass to it and pulling so that it moves at a constant velocity. You have the choice of lifting it either by pulling the string vertically upward or along a frictionless inclined plane (see diagram). Which one of the following statements is true?



- (a) The magnitude of the tension force in the string is smaller in case (i) than in case (ii).
- (b) The magnitude of the tension force in the string is the same in both cases.
- (c) The work done on the block by the tension force is the same in both cases.
- (d) The work done on the block by the tension force is smaller in case (ii) than in case (i).
- (e) The work done on the block by the gravitational force is smaller in case (ii) than in case (i).

Slika 2. Primjer zadatka iz energije u konstruiranom testu o konceptualnom razumijevanju energije sa zadacima višestrukog izbora [10].

Novi pristupi u poučavanju nastoje ublažiti uočene poteškoće kod učenika i studenata. Stupčasti dijagrami [8,11] pomažu vizualizaciji zakona očuvanja energije. Oni pomažu odrediti energiju u početnom i konačnom stanju i daju još jedan način reprezentiranja zakona očuvanja energije, osim verbalnog i matematičkog.

Meltzer [12], Aarons [13], Jewett [14] i mnogi drugi raspravljali su o poteškoćama učenika povezanim sa zakonom očuvanja energije. Istraživanja o energiji i zakonu očuvanja energije postala su interdisciplinarna [15] jer je i u drugim područjima znanosti prepoznata važnost koncepta energije kao temeljnog principa svih sustava u prirodi.

### 3. Metode

#### 3.1. Ispitanici i način provođenja testiranja

Istraživanje je provedeno tijekom svibnja 2014. godine u četirima srednjim školama u gradu Zagrebu. Ukupno je sudjelovalo 240 učenika drugih razreda. Radilo se o devet razreda, od čega su tri razreda bila iz prirodoslovno-matematičke gimnazije, dva razreda iz opće gimnazije, dva razreda iz jezične gimnazije i dva razreda iz tehničke škole. Test koji su rješavali bio je usmjeren na poznavanje zakona očuvanja energije koji su učenici trebali savladati u programu nastave fizike u prvom razredu srednje škole (vremenski približno u istom razdoblju točno prije godinu dana). Iako je program nastave fizike u ovim srednjim školama dosta sličan, nastava fizike u općoj i jezičnoj gimnaziji izvodi se u 2 sata tjedno, dok se u prirodoslovno-matematičkoj gimnaziji i tehničkoj školi izvodi u 3 sata tjedno, gdje treći sat fizike predstavlja praktični dio, tj. laboratorijske vježbe.

Test se sastojao od šest zadataka. Prva četiri zadatka zahtijevala su provedeni račun i izračun tražene veličine (tzv. zadaci otvorenog tipa), dok su peti i šesti zadatak bili zadaci višestrukog izbora i zahtijevali su obrazloženje uz zaokruženi točan odgovor. Test je priložen kao *Dodatak A*. U istom razredu podijeljene su dvije inačice testa (svojevrzne grupe A i B) pri čemu je grupa A imala slike uz prvi, treći i peti zadatak, a grupa B imala je slike uz drugi, četvrti i šesti zadatak. Tako su skupine uzajamno bile kontrolne skupine jedna drugoj. Ukupan broj učenika koji su rješavali grupu A iznosio je 123 učenika, dok je grupu B rješavalo ukupno 117 učenika.

Testiranje je izvršeno tijekom jednog školskog sata u trajanju od 45 minuta. U tom vremenu ispitanici su riješili test, a nakon završetka testa ispunili su i kratki upitnik u vezi s provedenim istraživanjem. Učenici su znali da će sudjelovati u istraživanju za potrebe Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Zagrebu, ali nisu unaprijed znali koje područje fizike se ispituje ni što je predmet istraživanja. U svakom razredu nastojalo se podijeliti učenike u dvije približno jednako brojne skupine tako da naizmjenice svaki drugi red učenika čini jednu skupinu ispitanika. Prije samog rješavanja testa zamoljeni su da se nikako ne osvrću, niti pokušavaju prepisivati, te da se pokušaju maksimalno usredotočiti na samostalno rješavanje testa. Prilikom rješavanja dopušteno im je korištenje ručnog

računala (kalkulatora). Kako bi bili više motivirani na što kvalitetnije i ozbiljnije rješavanje, u dogovoru s njihovim nastavnikom, određeno je da će učenici koji postignu najbolji uspjeh na ovom testiranju biti nagrađeni od strane nastavnika primjerenom ocjenom ili plusom za postignuti rezultat. Zbog toga su test potpisivali imenom i prezimenom i navodili ime škole i razred, kako bi bilo jednostavnije ispraviti testove i kasnije nastavnicima dati njihove rezultate. Svima je rečeno da neće biti negativnih posljedica zbog ostvarenog lošeg rezultata i da nastavnici neće imati uvid u njihove testove, nego će samo dobiti informaciju o najbolje riješenim testovima. Istraživanje je za javnost anonimno, što znači da se u objavi rezultata neće navoditi imena učenika, razredi ni imena škola.

Nakon što su učenici riješili test, ispunili su kratki upitnik u vezi s temom istraživanja i odgovorili su na pitanja kako im je i u kojem slučaju slika pomogla pri rješavanju zadataka iz fizike. Također su imali priliku navesti koliko često su ih nastavnici poticali na crtanje slika te koliko su često sami crtali slike prilikom objašnjavanja i rješavanja zadataka na ploči tijekom nastave. Upitnik je u cijelosti priložen kao *Dodatak B*.

### **3.2. Model rješenja i opis bodovanja pojedinog zadatka**

Za svaki zadatak određen je model rješenja i dodijeljen određeni broj bodova na temelju važnih koraka koje je bilo potrebno učiniti prilikom rješavanja zadatka. Za zadatke otvorenog tipa jedan od koraka svakako je pisanje jednadžbe zakona očuvanja energije za danu fizikalnu situaciju. Zatim su davani bodovi i za poznavanje ispravnog izraza za razmatrane oblike energije. Točno rješenje nosilo je bod. U zadacima višestrukog izbora za potpuno obrazloženje dodijeljena su dva boda, za polovično obrazloženje jedan bod te za samo zaokruživanje bez obrazloženja ili uz krivo obrazloženje nula bodova.

U zadacima bez slike proučavalo se jesu li učenici samostalno prikazivali slikom danu fizikalnu situaciju ili nisu te ako jesu, koliko je njihova slika informativna. Tako su slike ocjenjivane kao potpune ili nepotpune. U nepotpune uključene su i pogrešno nacrtane ili označene slike te slike bez nekih važnih informacija. Model rješenja i opis bodovanja pojedinog zadatka u cijelosti je priložen kao *Dodatak A*.

### 3.3. Obrada podataka

Nakon ispravljanja testova prema prikazanom modelu dobiveni podaci obrađeni su na nekoliko razina. Dobiveni su uspjesi pojedinih učenika, razreda, škola te uspjeh riješenosti testa svih ispitanika u istraživanju. Također određen je postotak riješenosti testa po zadatku za pojedini razred, školu i ukupni broj sudionika. Uspoređen je uspjeh po zadatku za dvije testirane skupine i izračunat postotak riješenosti zadataka u slučajevima kada je u zadatku bila sadržana slika i kada slike nije bilo (tablica svih postotaka riješenosti u cijelosti je priložena kao *Dodatak C*). Analizirane su slike koje su učenici crtali u zadacima u kojima nisu bile sadržane.

Analizirani su i odgovori iz upitnika i prikazani u postocima za svako pitanje.

Za analizu i prikaz podataka korišten je *Microsoft Excel*. Za značajniju statističku analizu korišten je dodatno i *OriginPro 8.5 (Academic)*. Prilikom određivanja statističke značajnosti u usporedbi podataka korišten je test Shapiro-Wilka za uvjet normalnosti uzorka te *t*-test (usporedbe srednjih vrijednosti skupova) i ANOVA dvofaktorska analiza (usporedba varijanci skupova) [16,17].

Nulta hipoteza testa Shapiro-Wilka jest da podaci zadovoljavaju normalnu raspodjelu. Izlazni podatak koji daje test jest *p*-vrijednost (empirijska razina značajnosti), kojom se mjeri stupanj diskreditiranja nulte hipoteze na osnovi informacija sadržanih u uzorku. Ako je *p*-vrijednost manja od teorijske razine značajnosti 0,05, tada se nulta hipoteza o normalnosti uzorka odbacuje. Ako je *p*-vrijednost veća od 0,05, tada je nulta hipoteza podržana i uzorak je normalno distribuiran.

Uvjet normalnosti raspodjele uzoraka potreban je kako bi se izvršio test usporedbe dvaju skupova. Kako bi se odredila statistički značajna razlika između skupova, testira se nulta hipoteza o jednakosti aritmetičkih sredina promatranih skupova, tzv. *t*-test. Ako je *p*-vrijednost veća od razine značajnosti 0,05, nulta hipoteza prihvaća se i nema statistički značajne razlike između skupova. Ako je *p*-vrijednost manja od razine značajnosti 0,05, nulta hipoteza o jednakosti ne prihvaća se, tj. skupovi se značajno razlikuju.

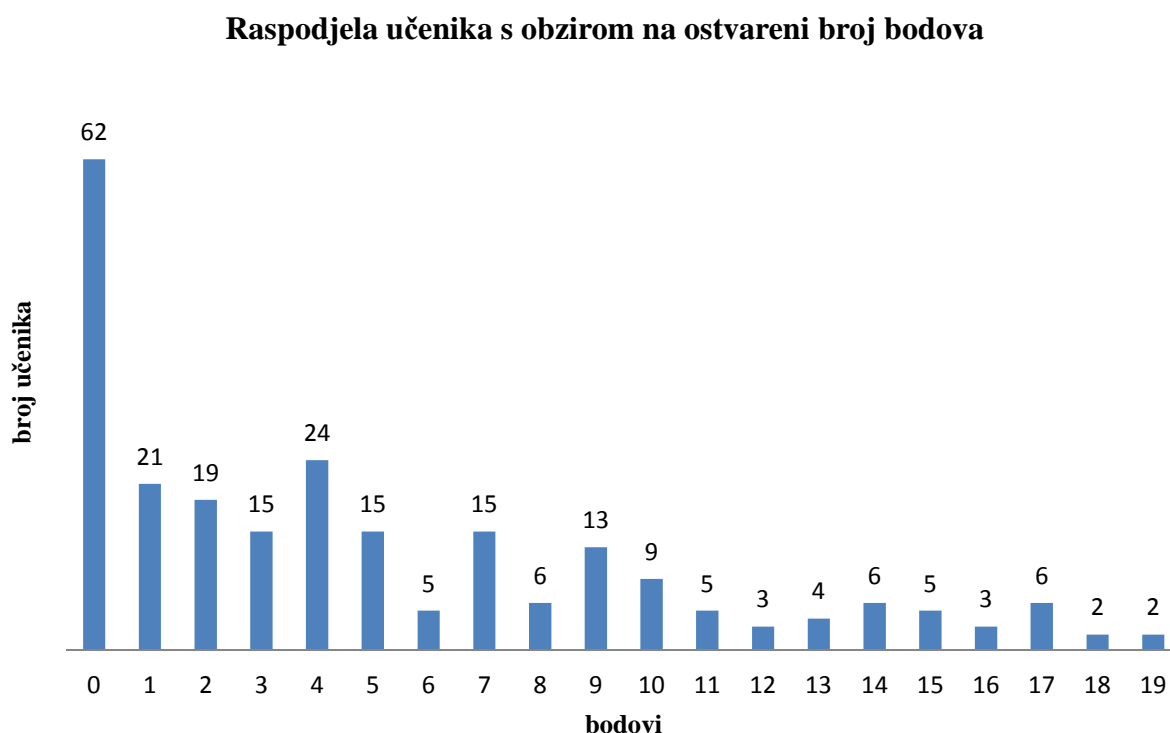


Usporedbom varijanci uspoređuje se stupanj disperzije promatranih skupova, što čini analizu varijanci (ANOVA). Uz osnovne pretpostavke da su uzorci nezavisni i izabrani iz normalno distribuiranih skupova, testna veličina je empirijski  $F$ -omjer, omjer procjena varijanci. Teorijska vrijednost  $F$ -distribucije utvrđuje se prema razini značajnosti i broju stupnjeva slobode iz tablica ili uporabom računalnog programa. Na danoj razini značajnosti odluka o jednakosti donosi se na temelju usporedbe empirijskog  $F$ -omjera s teorijskom vrijednosti  $F$ -distribucije ili na temelju  $p$ -vrijednosti. Nulta hipoteza o jednakosti prihvaća se ako je  $F$ -omjer približno jednak jedan (što slijedi iz očekivanih vrijednosti sredina kvadrata). Ako je zadaća analizirati varijabilnost zavisne varijable ovisno o utjecaju dvaju faktora, rabi se model dvofaktorske analize varijance. Nulte hipoteze za svaki faktor i njihovu interakciju sadrže tvrdnju da varijacije pojedinih faktora ne utječu na vrijednost zavisne varijable.

## 4. Rezultati i diskusija

### 4.1. Generalni rezultati

Raspodjela 240 učenika s obzirom na ostvareni broj bodova na testu prikazana je na slici 3.

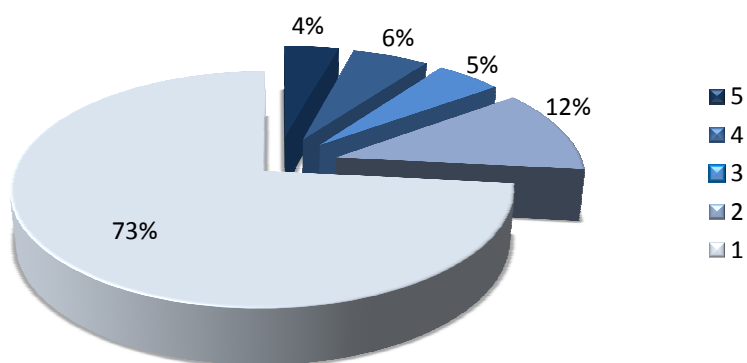


*Slika 3. Raspodjela broja učenika s obzirom na ostvareni broj bodova na testu.*

Najveći broj učenika (čak jedna četvrtina) ima 0 bodova. Broj učenika s većim brojem bodova smanjuje se. Dvoje učenika ostvarilo je maksimalan broj bodova na testu. Mali broj učenika koji su prosječno dobro riješili test i pomak raspodjele ulijevo govori da test nije bio prilagođen većini učenika koji su sudjelovali u istraživanju.

Ako se učenici rangiraju po uspjehu kao da je test bio dio nastavnog procesa može se koristiti sljedeći kriterij: 85-100 % (5); 70-85 % (4); 55-70 % (3); 40-55 % (2). Raspodjela učenika po navedenim rangovima prikazana je na slici 4.

### Postotak riješenosti i rangovi

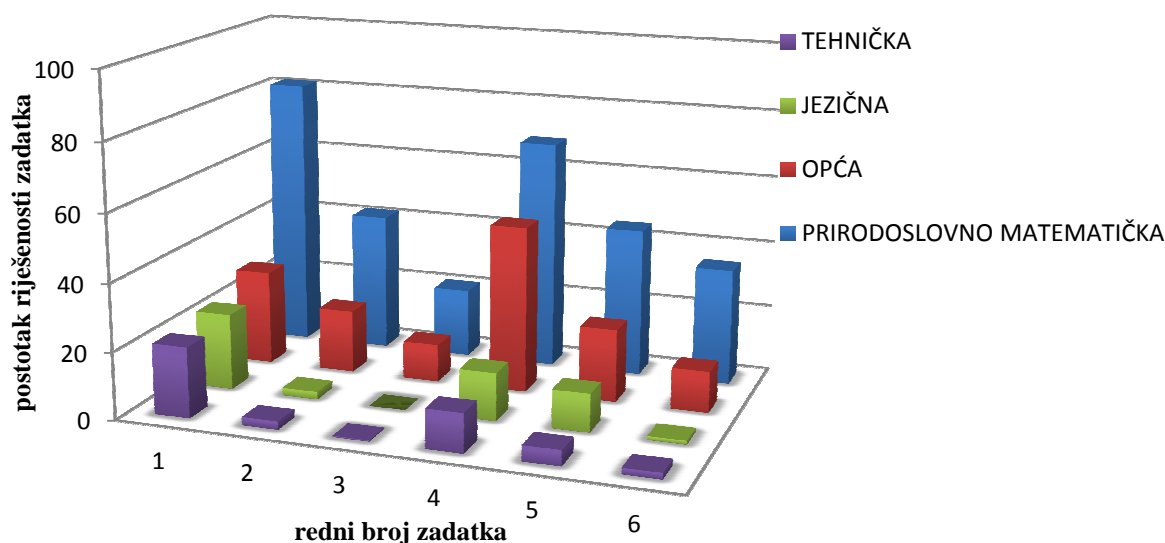


Slika 4. Raspodjela učenika po rangovima: 85-100 % (5); 70-85 % (4); 55-70 % (3); 40-55 % (2).

Primjećuje se da 73 % učenika nije zadovoljilo kriterij za pozitivnu ocjenu od kojih najveći broj učenika čini skupinu koji su ostvarili 0 bodova na testu. Od 4 % učenika koji su ostvarili najbolje rezultate samo je dvoje učenika ostvarilo maksimalan broj bodova. Od tih 10 učenika samo je jedan učenik iz opće gimnazije (s ostvarenih 17 bodova), dok su ostali iz prirodoslovno-matematičke gimnazije. U sljedećih 6 % onih koji su zadovoljili s visokim uspjehom nalazi se još dvoje učenika iz opće gimnazije, dok su ostali iz prirodoslovno-matematičke gimnazije. Od 5 % učenika koji su zadovoljili kriterij za dobar dvoje učenika je iz opće gimnazije, jedan učenik iz jezične gimnazije, a ostali su iz prirodoslovno-matematičke gimnazije. Još jedan učenik jezične gimnazije nalazi se u rangu za ocjenu dovoljan, dok ostali dolaze iz opće i prirodoslovno-matematičke gimnazije. Ni jedan učenik tehničke škole nije ostvario bolji rezultat od 7 bodova (8 bodova je prag za ulazak u rang 2), a čak 32 učenika, ili 60 % svih učenika te škole, imala su 0 bodova na testu.

Usporedba uspjeha svih škola i postotak riješenosti svakog zadatka prikazani su na slici 5 i daju uvid u uspješnost svake pojedine škole u rješavanju zadataka.

### Raspodjela riješenosti po zadacima i po školama



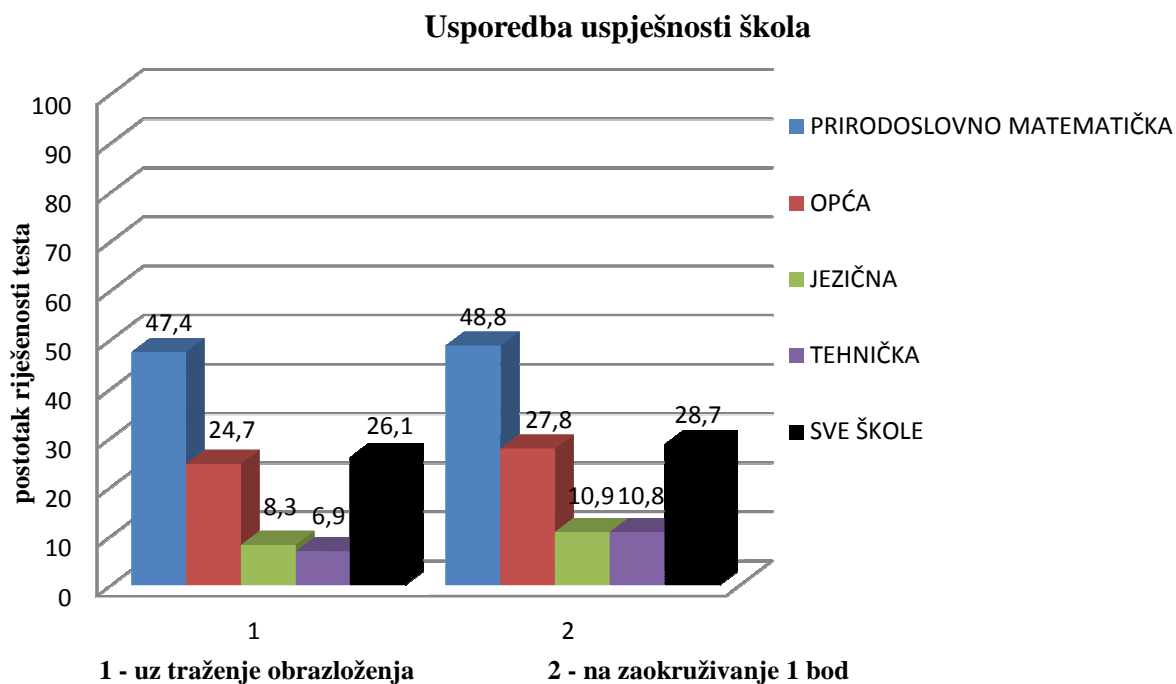
Slika 5. Raspodjela riješenosti po zadacima i po školama za sve škole iz istraživanja.

Učenici prirodoslovno-matematičke škole (plava boja) ostvarili su najbolje rezultate u svim zadacima. Slijede ih učenici opće gimnazije (crvena boja), dok su učenici jezične gimnazije (zelena boja) i tehničke škole (ljubičasta boja) približno jednako uspješni, ali su ostvarili najlošije rezultate.

Iz navedenih rezultata može se zaključiti da su zadaci u testu bili najviše prilagođeni učenicima prirodoslovno-matematičke gimnazije. Na temelju rezultata može se zaključiti da je učenicima najlakši zadatak bio prvi jer je to zadatak koji zahtijeva najmanje koraka u računu i sadrži jednostavan slučaj promjene energije. Potom četvrti zadatak koji je intuitivan, ali je za rješavanje potrebno znati koncept gubitka energije. Slijede drugi zadatak koji sadrži kosinu i teži koncept rada kao promjene energije te peti i šesti, zadaci višestrukog izbora. Treći zadatak, koji sadrži oprugu i najviše koraka u računu, bio je najteži s najmanjim postotkom riješenosti. Takav trend slijede i ostale škole samo s mnogo manjim postotkom riješenosti istih zadataka.

S obzirom na predloženi model rješenja zadataka višestrukog izbora, prema kojem točno zaokruženo rješenje bez obrazloženja ne nosi bodove, mnogo učenika nije ostvarilo bodove iako su možda i zaokružili ispravan odgovor, ali ga nisu iz raznih razloga obrazlagali. Čak 100 učenika (42 % svih učenika) u petom zadatku je zaokružilo ispravan odgovor, ali je izostalo obrazloženje. Ako se ublaži kriterij i na zaokruženi točan odgovor

bez obrazloženja svejedno dodijeli 1 bod tada se postotak riješenosti zadataka višestrukog izbora značajno podiže i mijenja se ukupna uspješnost koju su škole ostvarile. Kako takav kriterij postoji na državnoj maturi, odlučio sam voditi paralelnu statistiku uzimajući u obzir da svako točno zaokruženo rješenje u zadacima višestrukog izbora ipak donosi 1 bod i takvi rezultati škola prikazani su na slici 6.

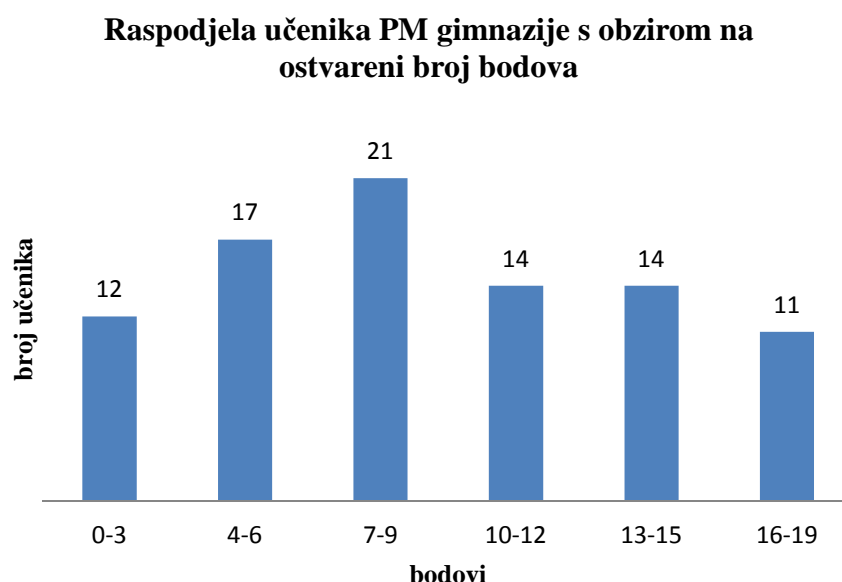


Slika 6. Usporedba uspješnosti škola za dva kriterija bodovanja: uz traženje obrazloženja i uz dodjeljivanje 1 boda na samo zaokruživanje točnog odgovora bez obrazloženja.

Prikazani su usporedno i postoci uspješnosti pojedinih škola u odnosu na sve škole zajedno. Prema drugom kriteriju bodovanja, ako bi se za samo zaokruživanje točnog odgovora davao 1 bod, svima se poboljšao opći uspjeh. Najmanje zaokruživanja bez obrazloženja imala je prirodoslovno-matematička gimnazija, stoga se njihov uspjeh manje povećao nego uspjeh drugih škola. Otvara se pitanje jesu li zaokruživanja bez obrazloženja dostatna i imaju li ikakvu vrijednost? Pokazuju li, ili točnije dokazuju li, znanje koje želimo provjeriti testovima? Kad bi učenici samo nasumično zaokruživali odgovore, podjednak bi bio broj zaokruženih svih ponuđenih odgovora. Peti zadatak pokazuje velik broj učenika koji je zaokružio točan odgovor – znači li to da su učenici ipak imali neku intuiciju ili su možda prepisivali?

#### 4.2. Filtriranje podataka

S obzirom na velik broj učenika koji su ostvarili 0 bodova na testu i na činjenicu da je 73 % učenika vrlo loše riješilo test, trebalo je filtrirati ulazne podatke za daljnju analizu utjecaja vizualizacije na uspjeh u rješavanju zadataka. Spomenuti loši rezultati velikog broja učenika predstavljali su svojevrsni „šum“ u podacima. Detaljna analiza tih podataka nema smisla jer ti učenici nisu gotovo ništa riješili. Zato sam u sljedećem koraku odabrao dvije najuspješnije škole, prirodoslovno-matematičku i opću gimnaziju i detaljniju analizu slika koje su učenici crtali suzio na te dvije škole. Kako su ipak učenici prirodoslovno-matematičke gimnazije (PM) pokazali najbolju pripremljenost za ovakva istraživanja, njihovi podaci u ovom istraživanju daju najbolji temelj za daljnju analizu. Slika 7 prikazuje njihovu raspodjelu s obzirom na ostvareni broj bodova.



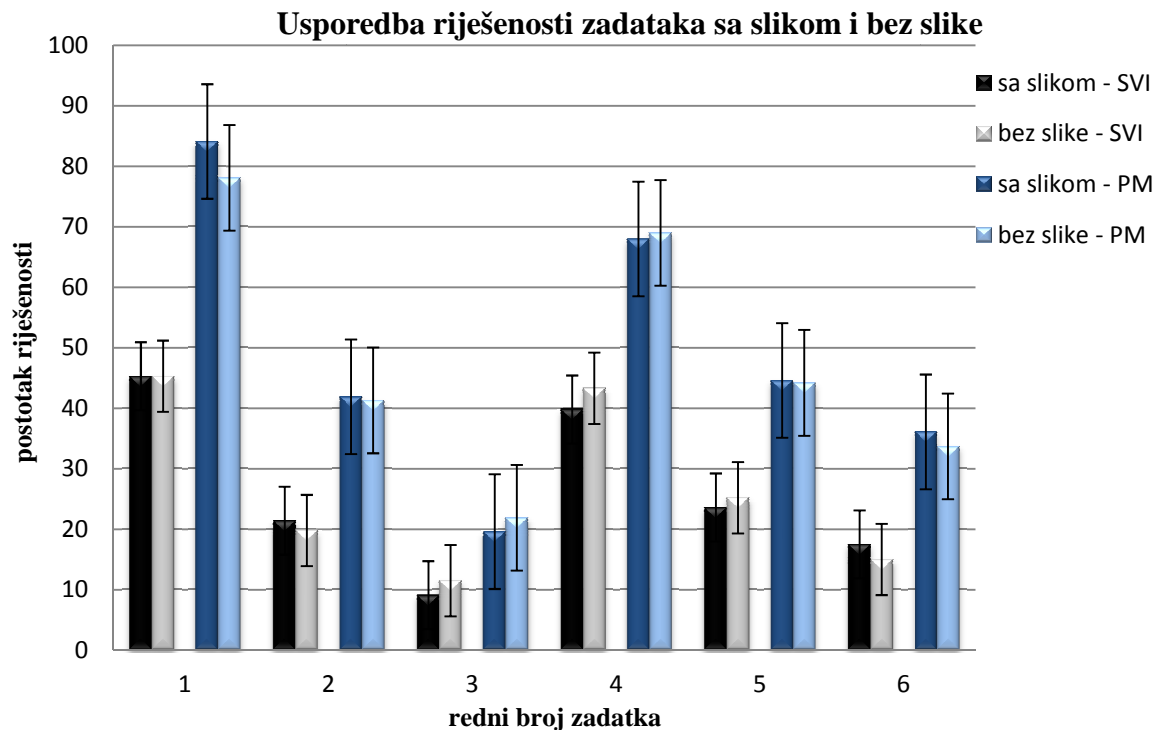
*Slika 7. Raspodjela učenika s obzirom na ostvareni broj bodova u prirodoslovno-matematičkoj gimnaziji (PM).*

Prikazana raspodjela prema statističkom testu Shapiro-Wilka na razini 5 % značajnosti (signifikantnosti) zadovoljava kriterij za normalnu raspodjelu ( $p = 0,49 > 0,05$ ).

#### 4.3. Utjecaj vizualizacije na uspjeh u rješavanju zadataka

Temeljni dio ovog rada jest istraživanje o utjecaju slika na uspješnost rješavanja zadataka. Tako su učenici u grupi A imali uz prvi, treći i peti zadatak sliku, dok su u drugom, četvrtom i šestom slike bile izostavljene. U grupi B bio je upravo suprotan slučaj. Kako bi se uočio utjecaj slike na uspješnost rješavanja bilo je potrebno analizirati uspješnost svake skupine zasebno i usporediti postotke riješenosti po zadatku (svi rezultati dani su u cjelovitoj tablici u *Dodatku C*).

Slika 8 prikazuje uspjehe u rješavanju zadataka sa slikom u odnosu na zadatke bez slike za pojedini zadatak i daje usporedbu rezultata ostvarenih na dvjema razinama: rezultati svih škola te samostalni rezultati prirodoslovno-matematičke gimnazije. S obzirom na filtriranje podataka, crnom bojom označen je uspjeh svih škola (SVI), a plavom bojom samostalni uspjeh prirodoslovno-matematičke gimnazije (PM). U ovom prikazu tamnijom nijansom prikazan je uspjeh u rješavanju zadataka sa slikom (lijevi stupac), a svjetlijom nijansom zadataka bez slike (desni stupac).



Slika 8. Usporedba riješenosti zadataka sa slikom i bez slike za sve ispitanike i za ispitanike iz prirodoslovno-matematičke gimnazije (PM). Vertikalne crtice (engl.: error bars) označavaju standardne pogreške srednjih vrijednosti.

Prednost u vizualizaciji trebali bi imati učenici koji su rješavali zadatke koji su sadržavali sliku. Dakle, početna pretpostavka bila je da će lijevi stupac (tamnije nijanse) prevagnuti nad desnim, što bi značilo da je dana slika u zadatku imala pozitivan utjecaj na uspješnost pri rješavanju tog zadatka.

Na prvoj razini obrađeni su i u analizu uključeni podaci svih učenika koji su sudjelovali u istraživanju. Na sljedećoj razini, obrađeni su i u analizu uključeni samo podaci učenika prirodoslovno-matematičke gimnazije koja je ostvarila najbolji uspjeh u ovom istraživanju.

Zbog malih razlika u postocima riješenosti zadataka sa zadanom slikom i bez zadane slike pitanje je je li razmatrani utjecaj dane slike uopće statistički značajan. Već se na grafu na temelju prikaza standardnih pogrešaka srednjih vrijednosti primjećuje kako se one u velikoj mjeri preklapaju, stoga se prvotnom grubom vizualnom metodom može zaključiti da su razlike u uspjehu unutar statističkih fluktuacija.

Statistički *t*-test za male uzorke (samo prirodoslovno-matematička gimnazija) može dati uvid u to postoji li statistički značajna razlika u riješenosti zadataka sa zadanom slikom i bez zadane slike. Jedna od početnih pretpostavki jest da uzorak potječe iz normalno distribuiranog skupa (što je i pokazano za raspodjelu rezultata na slici 7). Uspoređuju se dva skupa, podaci lijevog i desnog stupca za svaki zadatak, prikazana na slici 8. Početna hipoteza jest da razlika između dvaju skupa, za svaki zadatak, statistički nije značajna. Svih šest nezavisnih testova provedeno je za razinu 5 % značajnosti i sve dobivene *p*-vrijednosti veće su od razine značajnosti,  $p > 0,05$ , što znači da je početna hipoteza prihvaćena. Nema statistički značajne razlike u riješenosti zadataka sa zadanom slikom i bez zadane slike.

Promatrajući rezultate prikazane na slici 8 jasno se vidi da je i zadani zadatak faktor koji jako utječe na riješenost testa. Provedena je i dvofaktorska analiza varijance (ANOVA) uzoraka koja će istovremeno dati utjecaj svakog od faktora, ali i pokazati utjecaj interakcije dvaju faktora: faktora *slika* S (zadaci sa zadanom slikom ili bez zadane slike) i faktora *zadatak* Z (zadaci od 1 do 6). Postavljene su tri nulte hipoteze:

1. faktor S ne utječe na uspjeh u rješavanju zadataka,
2. faktor Z ne utječe na uspjeh u rješavanju zadataka,
3. oba faktora povezana ne utječu na uspjeh u rješavanju zadataka.



Rezultati ANOVA analize na razini od 5 % značajnosti prikazani su u tablici 1.

*Tablica 1. Rezultati analize varijance (ANOVA) za zadatke sa zadanom slikom i bez zadane slike.*

Izvor varijacije	Stupnjevi slobode	Zbroj kvadrata	Sredina kvadrata	Empirijski $F$ -omjer	$p$ -vrijednost
Faktor S /slika	1	0,03	0,03	0,02	0,88
Faktor Z / zadatak	5	330,07	66,02	45,64	<0,0001
Interakcija S-Z	5	1,02	0,21	0,14	0,98
Model	11	332,41	30,22	20,89	<0,0001
Pogreška	522	755,06	1,45	--	--

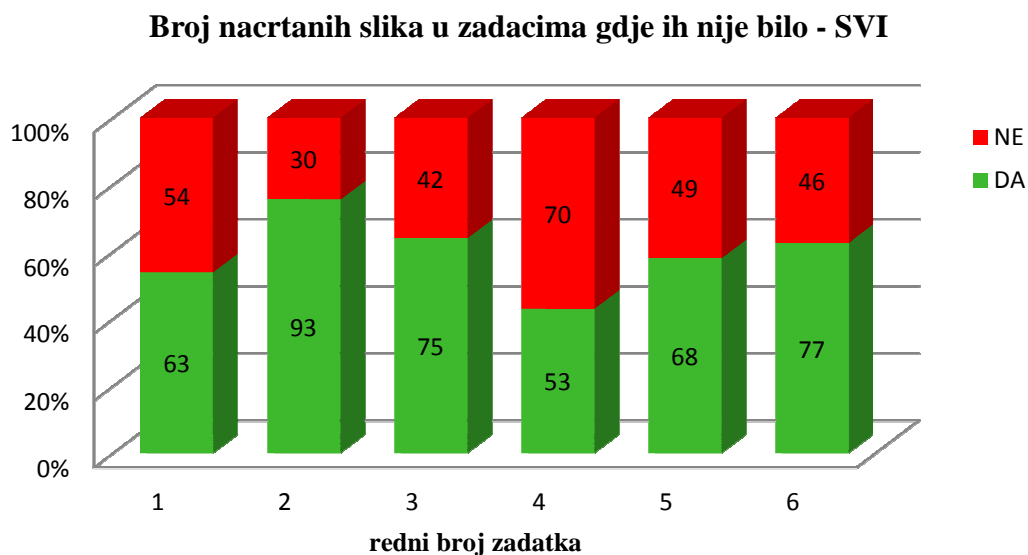
Promatrajući  $p$ -vrijednost faktora S (slike)  $p > 0,05$ , potvrđena je početna hipoteza da zadana slika ne utječe na uspjeh u rješavanju zadataka. Time se potkrepljuju i rezultati  $t$ -testova koji su provedeni za svaki pojedini zadatak zasebno. Pokazuje se da i interakcija dvaju faktora, slike i zadatka u kombinaciji, nije statistički značajna. S druge strane, analiza daje visoke  $F$  vrijednosti za Z faktor, što znači da postoji značajna razlika u varijancama skupova i početna hipoteza ne prihvaća se. Dakle, za faktor Z (zadaci),  $F(5,522) = 45,64$ ,  $p < 0,05$  i na danoj razini značajnosti vrsta zadatka značajno utječe na uspjeh u rješavanju.

Nakon provedenih statističkih testova ne može se tvrditi da postoji statistički značajan utjecaj zadane slike na uspjeh u rješavanju zadataka u ovom istraživanju. Ipak, na ovom malom uzorku može se uočiti da postoji takav trend u nekim zadacima, dok se o značajnom utjecaju zadanih slika u zadacima trebaju provesti druga istraživanja na većem broju učenika, s prilagođenijim zadacima i na ujednačenijem (homogenijem) uzorku učenika (npr. na učenicima svih prirodoslovno-matematičkih gimnazija u državi).

#### 4.4. Analiza slika

Jedan od prvih koraka u rješavanju zadataka jest vizualizacija dane fizikalne situacije. U tom procesu stvaranja mentalne slike posebno korisno može biti crtanje skice. U svakoj grupi tri zadatka od šest zadataka nisu imala sliku. Ako zadatak ne sadrži sliku, koliko će učenika crtati slike i tako sami sebi pomoći vizualizacijom problema? Kakve će biti te slike? Može li se iz njih iščitati učenikovo razumijevanje fizikalne situacije? Analizirao sam slike onih učenika koji su ih odlučili crtati u zadacima u kojima nisu bile zadane.

Slika 9 prikazuje koliko je učenika od ukupnog broja odlučilo nacrtati bilo kakvu sliku u zadacima bez slike.

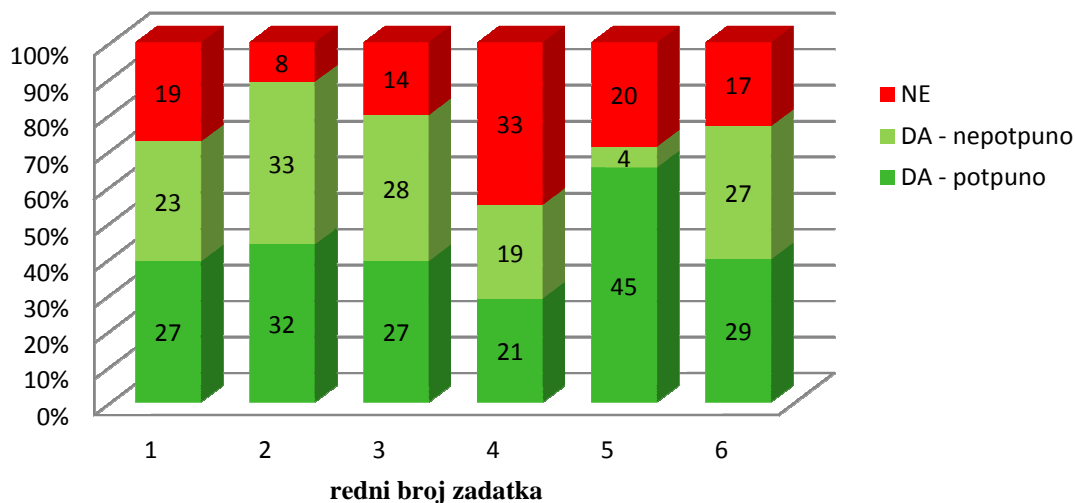


Slika 9. Broj nacrtanih slika po zadacima za sve škole u slučaju da zadatak nije sadržavao sliku.

Zbog istih razloga (uspješnost riješenog testa) i u analizi nacrtanih slika ograničio sam se na analiziranje slika na dvije razine filtriranja podataka: zajedno prirodoslovno-matematička i opća gimnazija te samostalno slike učenika prirodoslovno-matematičke gimnazije. Za te škole nisam samo odredio broj učenika koji su crtali slike, već sam ih pokušao i kvalitativno razvrstati prema njihovoj informativnosti u dvije kategorije: potpuno informativne slike, koje daju sve bitne informacije potrebne za uspješno rješavanje zadataka, i djelomično informativne slike, koje su pogrešne ili djelomično prikazuju fizikalnu situaciju zadatka (nedostaje im dio informacije). Slike nisu ocjenjivane ni stilski ni prema urednosti; bitno je bilo zadovoljiti kriterij informativnosti.

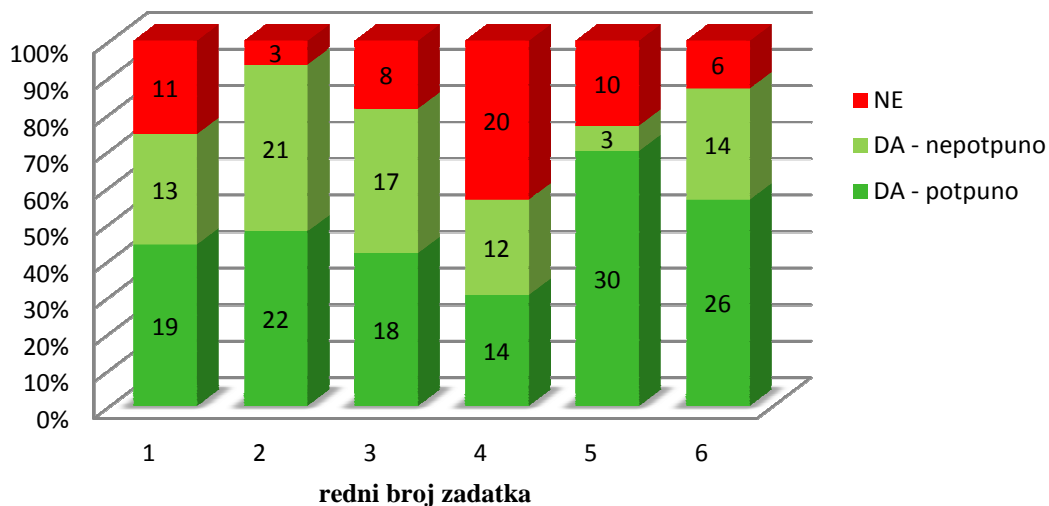
Slika 10 i slika 11 prikazuju broj učenika koji su crtali slike u zadacima u kojima nisu bile zadane i broj onih koji su to kvalitetnije učinili.

#### Broj nacrtanih slika u zadacima gdje ih nije bilo - PM&O



Slika 10. Broj nacrtanih slika po zadacima za prirodoslovno-matematičku i opću gimnaziju u slučaju da zadatak nije sadržavao sliku.

#### Broj nacrtanih slika u zadacima gdje ih nije bilo - PM

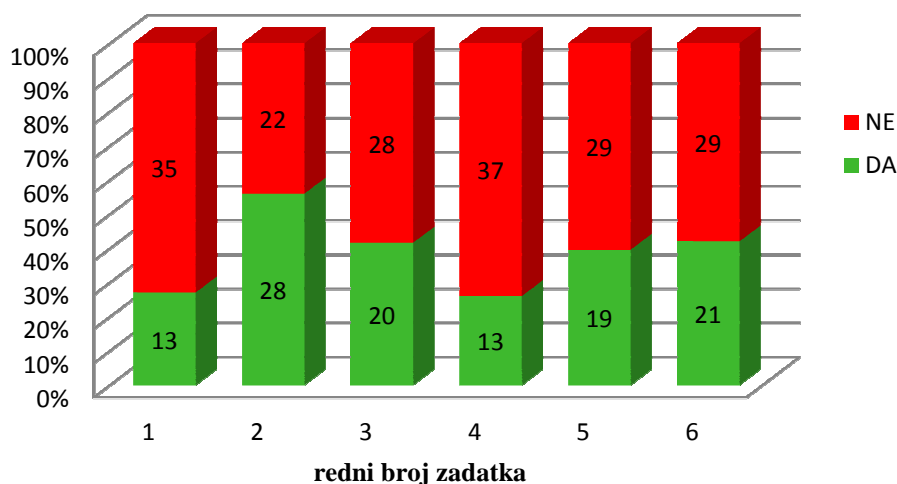


Slika 11. Broj nacrtanih slika po zadacima za prirodoslovno-matematičku gimnaziju u slučaju da zadatak nije sadržavao sliku.

Tamnom zelenom bojom označeni su oni koji su nacrtali potpuno informativan crtež, svijetlom zelenom oni koji su nacrtali djelomično informativan crtež (ili s pogreškom) i crvenom su označeni oni učenici koji nisu uopće skicirali fizikalnu situaciju zadatka.

Učenici tehničke škole i jezične gimnazije lošije su riješili test, ali su se također i rjeđe odlučivali na crtanje slika u zadacima koji slike nisu sadržavali. Tako je na slici 12 prikazan broj učenika koji su crtali slike u odnosu na one koji ih nisu crtali.

**Broj nacrtanih slika u zadacima gdje ih nije bilo - T&J**



*Slika 12. Broj nacrtanih slika po zadacima za tehničku školu i jezičnu gimnaziju u slučaju da zadatak nije sadržavao sliku.*

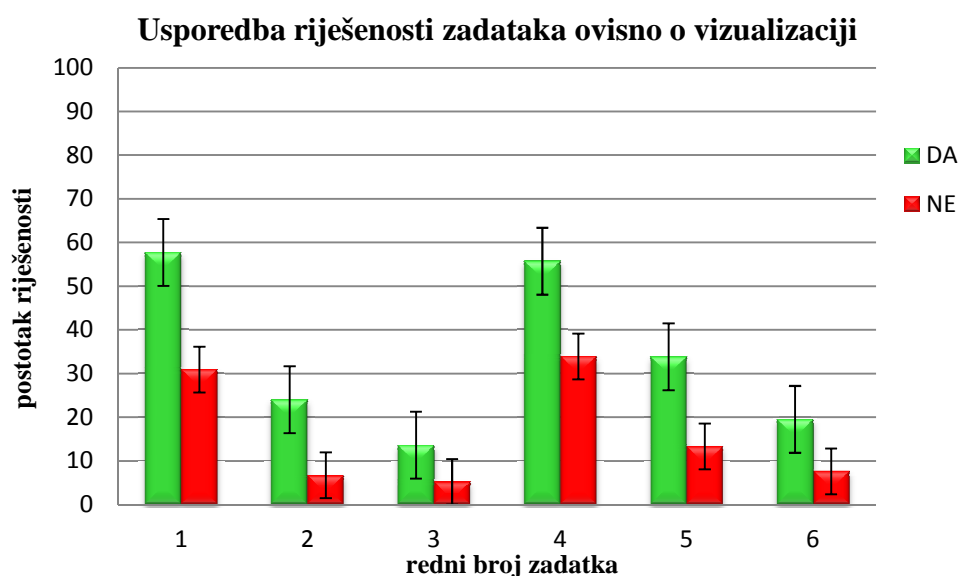
Na temelju usporedbe svih grafova o broju nacrtanih slika prvo se uočava sljedeće: kako se povećava razina filtriranja podataka, tako se povećava postotak onih koji su se odlučili na crtanje slika u zadacima. Najveći broj učenika koji nisu crtali slike nalazi se u uzorku učenika koji pripada školama čiji su rezultati lošiji i predstavlja svojevrsan „šum“ u podacima. Zatim se uočava da je među učenicima prirodoslovno-matematičke gimnazije mnogo veći postotak onih koji se odlučuju na crtanje slika u odnosu na ukupan broj učenika koji su sudjelovali u istraživanju.

Proveden je *t*-test za usporedbu broja onih učenika koji su crtali slike u PM&O uzorku s brojem onih koji su crtali slike u T&J uzorku i rezultat je na danoj razini 5 % značajnosti pokazao statistički značajnu razliku uz *p*-vrijednost  $p < 0,00001 < 0,05$ . Učenici prirodoslovno-matematičke i opće gimnazije značajno su više crtali slike od učenika jezične gimnazije i tehničke škole. Kako znamo od prije da su učenici PM&O škola uspješnije riješili test (slika 6) to ukazuje na korelaciju između crtanja slika i uspjeha u rješavanju zadataka.

Analiziran je uspjeh učenika koji nisu crtali slike naspram onih koji su crtali slike, za pojedini zadatak, prema podacima sa slike 9. Početna hipoteza jest da razlika između

dvaju skupova, za svaki zadatak, statistički nije značajna. Svih šest nezavisnih testova provedeno je na razini 5 % značajnosti i sve dobivene  $p$ -vrijednosti manje su od razine značajnosti,  $p < 0,05$ , što znači da se početna hipoteza odbacuje. Između tih dviju skupina učenika postoji značajna razlika, tj. učenici koji nisu crtali slike postigli su slabiji rezultat na svakom pojedinom zadatku.

Na slici 8 prikazan je odnos uspjeha riješenosti učenika grupa A i B, odnosno onih koji su *a priori* imali sliku u zadatku i onih koji su rješavali zadatke bez slike. *A priori* slika nije imala značajan utjecaj na uspjeh u rješavanju zadataka. Neki učenici crtali su slike i time su pridonijeli vizualizaciji dane fizikalne situacije. Usporedio sam uspjeh onih učenika koji nisu imali sliku u zadatku, a nisu sliku ni sami nacrtali s uspjehom učenika koji su ili imali zadanu sliku ili su nacrtali vlastitu sliku, što je prikazano na slici 13.



Slika 13. Usporedba riješenosti zadataka s vizualizacijom i bez vizualizacije za sve ispitanike.

NE označava učenike koji nisu imali zadanu sliku u zadatku, niti su sliku sami crtali.

DA označava učenike koji su ili imali zadanu sliku ili su nacrtali vlastitu sliku.

Vertikalne crtice (engl.: error bars) predstavljaju standardne pogreške srednjih vrijednosti prikazanih na grafu.

Zelenom bojom prikazan je uspjeh u rješavanju zadataka s vizualizacijom, a crvenom bojom uspjeh u rješavanju zadataka bez vizualizacije. Razlika u postocima riješenosti za sve zadatke s vizualizacijom i bez vizualizacije ukazuje na to da je utjecaj vizualizacije značajan. Provedena je dvofaktorska analiza varijance (ANOVA) kako bi se ustvrdila statistička značajnost utjecaja vizualizacije na uspjeh u rješavanju zadataka. Faktori u analizi jesu *vizualizacija* V (zadaci sa slikom ili bez slike) i faktor *zadatak* Z (zadaci od 1 do 6).

Rezultati ANOVA analize na razini od 5 % značajnosti prikazani su u tablici 2.

Tablica 2. Rezultati analize varijance (ANOVA) za zadatke sa slikom ili bez slike.

Izvor varijacije	Stupnjevi slobode	Zbroj kvadrata	Sredina kvadrata	Empirijski $F$ -omjer	$p$ -vrijednost
Faktor V / vizualizacija	1	48,63	48,63	37,18	<0,0001
Faktor Z / zadatak	5	217,42	43,48	33,24	<0,0001
Interakcija V·Z	5	8,81	1,76	1,35	0,24
Model	11	255,87	23,26	17,78	<0,0001
Pogreška	708	926,12	1,31	--	--

Analiza daje visoke  $F$  vrijednosti za oba faktora, što znači da postoji značajna razlika u varijancama skupova i početna hipoteza o jednakosti se ne prihvaća. Dakle, za faktor V (vizualizacija)  $F(1,708) = 37,18$ ,  $p < 0,05$  i za faktor Z (zadaci)  $F(5,708) = 33,24$ ,  $p < 0,05$  i na danoj razini značajnosti i vizualizacija i vrsta zadatka značajno utječu na uspjeh u rješavanju. Prema  $p$ -vrijednosti,  $p = 0,24 > 0,05$ , pokazuje se da nema utjecaja interakcije dvaju faktora, slike i zadatka u kombinaciji.

Čak i među učenicima prirodoslovno-matematičke gimnazije koji su najuspješnije riješili test, gotovo u većini zadataka, približno 50 % nacrtanih slika bilo je nepotpuno ili pogrešno. Usporedio sam i analizirao uspjehe dviju skupina učenika određenih prema kvaliteti nacrtanih slika (slika 9, svijetlo i tamno zeleni dio stupca). Provedena je dvofaktorska analiza varijance (ANOVA) s faktorima *kvaliteta slike* K (potpune slike ili nepotpune i pogrešne slike) i *zadatak* Z (zadaci od 1 do 6). Za faktor K (kvaliteta slike)  $F(1,197) = 10,77$ ,  $p = 0,001 < 0,05$  i za faktor Z (zadaci)  $F(5,197) = 11,49$ ,  $p < 0,05$  i na danoj razini značajnosti i kvaliteta slike i vrsta zadatka značajno utječu na uspjeh u rješavanju. Pokazuje se da nema utjecaja interakcije dvaju faktora, slike i zadatka u kombinaciji ( $p = 0,07 > 0,05$ ). Proveden je i  $t$ -test ( $p = 0,014 < 0,05$ ) čime je potvrđen značajan utjecaj kvalitete nacrtane slike na uspjeh u rješavanju zadataka.

Neki učenici koji su odlučili crtati slike pokazali su da imaju poteškoća s razumijevanjem fizikalne situacije, što je vidljivo na slikama koje su crtali. Njihovi crteži su među onima koji su ocijenjeni kao nepotpuni (slika 11, svijetlo zeleni dio stupca). S obzirom na to da je najveći broj učenika iz prirodoslovno-matematičke i opće gimnazije crtao slike u zadacima, njihove slike uključio sam u analizu poteškoća pri samostalnoj vizualizaciji.

U prvom zadatku pojavile su se tri poteškoće sa slikama. Učenici su pogrešno označili razliku visina s 1 m umjesto 0,1 m kao što je zadano u zadatku. Neki su tu udaljenost crtali u koso, u smjeru kružne putanje kuglice. Čak 10 % učenika crtalo je padajuću kuglicu čiji put je iznosio tu razliku visina od 0,1 m (iako piše da se kuglica njiše na niti).

U drugom zadatku najčešća pogreška na skici bila je zamjena duljine kosine s bazom kosine i to je učinilo 11 % učenika prirodoslovno-matematičke i opće gimnazije, a istu pogrešku zamijetio sam i kod drugih učenika u jezičnoj gimnaziji i tehničkoj školi.

U trećem zadatku učenici su najčešće krivo označavali duljinu opruge i pridavali joj duljinu od 25 cm prije pada tijela i 20 cm nakon što se opruga stisnula za zadanih 5 cm, a ta duljina od 25 cm zapravo je visina s koje je tijelo pušteno da padne na oprugu, a potom je sabije za 5 cm. Takvo nerazumijevanje onoga što se događa dok tijelo pada na oprugu pokazalo je 11 % učenika. Tri osobe nacrtale su ovješenu oprugu.

U četvrtom zadatku učenici su najmanje crtali slike jer su vjerojatno lako mogli zamisliti zadanu situaciju. Taj zadatak bio im je intuitivan.

U petom zadatku najmanji je broj nepotpunih ili pogrešno nacrtanih slika jer im je vjerojatno zadana situacija vozila u zabavnom parku bliska. Pritom je u ovom zadatku najveći broj različitih vizualizacija.

U šestom zadatku pojavile su se dvije značajne poteškoće s kosinom. 9 % učenika ne zna označiti zadani kut kosine i označava ga pri vrhu odakle je pušteno tijelo (komplementarni kut u odnosu na zadani), dok je 20 % učenika nacrtalo dvije kosine različite visine, pri čemu je kosina s većim nagibom bila viša, iako je zadano da su te dvije kosine jednake visine. Te dvije poteškoće široko su uočene i kod ostalih učenika jezične gimnazije i tehničke škole.

Promatrajući drugi i šesti zadatak u kojem se nalazi kosina, od ukupnog broja učenika koji su crtali slike, njih 35 % zapravo ima neku od poteškoća s razumijevanjem kosine. I upravo su to zadaci u kojima se od početka nazire trend pozitivnog utjecaja zadane slike u rješavanju zadataka, neovisno o provedenom filtriranju (slika 8).

#### 4.5. Zanimljivosti i komentari

U ovom dijelu htio bih izdvojiti neke od zanimljivih slika te neke učeničke odgovore i komentare. Također skenirani primjeri iz njihovih testova pokazat će na spomenute poteškoće pri crtanju slika, poteškoće s mjernim jedinicama i poteškoće s formulama i fizikalnim konceptima, kojih nije nedostajalo.

16 % učenika na neki je način imalo poteškoće s mjernim jedinicama, što je izdvojeno na slici 14. Ili ih nisu pisali ili su pisali pogrešne mjerne jedinice, najčešće miješajući džul i njutn. Uz miješanje tih fizikalnih jedinica vrlo često miješali su i same fizikalne veličine (energiju i silu, najčešće [9], ali i ostale fizikalne veličine), što je izdvojeno u slici 15.

$$E_{kin} = 0.2 \text{ kg s}^2$$
$$E_{kin} = m g (h_1 - h_2) = 200 \cdot 10 \cdot 0.1 = 200 \text{ W}$$
$$E_k = 0.2 \text{ kg/m}$$
$$E_k = 0,2$$
$$E_k = m g \Delta h = 0.2 \text{ kg} \cdot 10 \cdot 0.1 = 0.2 \text{ N}$$

Slika 14. Poteškoće s mjernim jedinicama.

$$F = m g \Delta h$$
$$v = m g h$$
$$K = m g h \Delta l$$
$$F_{el} = m g h = 2.5 \text{ N}$$
$$F_{el} = E_p \rightarrow \text{na vrtulj}$$
$$F_1 = m g l$$

Slika 15. Poteškoće s miješanjem fizikalnih veličina: sila, brzina, konstanta opruge, energija.

Neki učenici miješali su postojeće i izmišljali nove formule kako bi izračunali veličine koje se traže u zadatku te postavljali neke nove koncepte i pravila računanja fizikalnih veličina. Takvi primjeri izdvojeni su na slikama od 16 do 18.



$$\text{kinetička energ.} = \frac{0,2 \text{ kg}}{0,1 \text{ m}} = 2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m g h$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = F - F_g \\ = m \cdot a - m g h$$

$$W = m \cdot s \cdot h$$

$$W = m \cdot \cos(4.2)$$

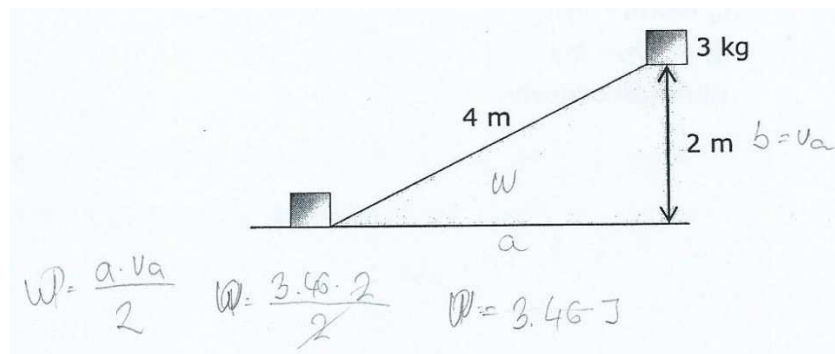
$$W = \frac{m \cdot s}{h^2}$$

Slika 16. Poteškoće s formulama.

$m = 0,2 \text{ kg}$        $E = ?$   
 $h = 0,1 \text{ m}$   
 Razliku visina zbrojimo  
 sa masom.

Konstanta elastičnosti opruge je 5  
 tj. količnik početne udaljenosti tijela  
 od opruge i duljine kojou se  
 opruga šisnula.  
 Što znači da je tijelo ispušteno  
 s 50 cm, 50:5 je 10 i opruga  
 bi se šisnula za 10 cm

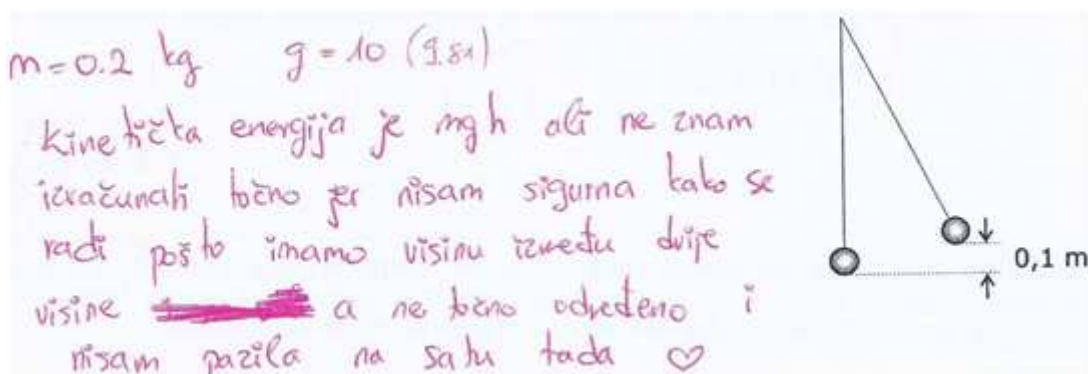
Slika 17. Poteškoće s konceptima, miješanje koncepata.



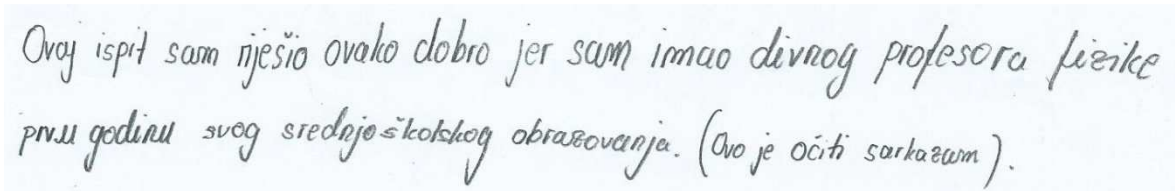
Slika 18. Zanimljiva zamjena koncepta – rad je površina ispod grafa.

Teško je komentirati kako je učenik razvio ideju o zbrajanju dviju različitih fizikalnih veličina poput visine i mase (slika 17), ali činjenica je da učenici ponekad samo izvedu neku aritmetičku operaciju (množenje, zbrajanje) i ne pitaju što daje to rješenje, ima li uopće smisla i kojom bi se fizikalnom jedinicom prikazalo. Ideju za izračun konstante opruge (koja je učeniku bezdimenzionalna veličina) učenik čak pokazuje i na drugom primjeru i daje predviđanje za koliko će se opruga stisnuti ako povećamo visinu. A što ako pada s visine od 5 m? Svakako bi to trebalo testirati. Ipak, najzanimljiviji je prijenos koncepta da je rad površina ispod grafa i ugradnja u zadani problem, tako da se slika interpretira kao graf ovisnosti sile o putu (slika 18). Inače je jedna od najučestalijih učeničkih poteškoća povezanih s interpretacijom grafova zamjena grafova za doslovnu sliku situacije (engl.: *iconic interpretation*) [18]. Upravo obrnuti slučaj sa slike 18 iznimna je i vrlo neuobičajena zamjena interpretacije grafičke i slikovne reprezentacije.

Često su učenici pisali i komentare uz svoje odgovore, a i neki odgovori sami po sebi bili su specifični. Neke sam izdvojio kao primjere u slikama od 19 do 21.

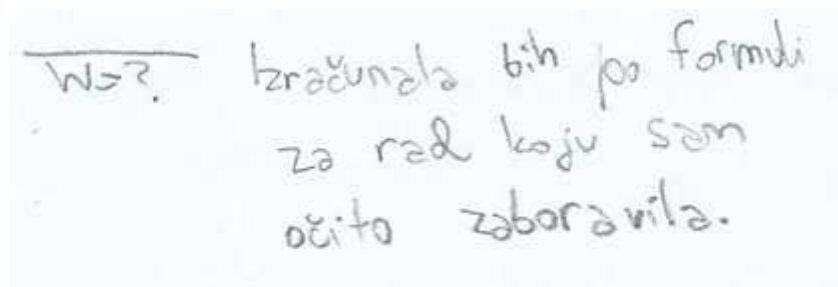


Slika 19. Nerazumijevanje visine između dviju visina zbog nepažnje na satu.

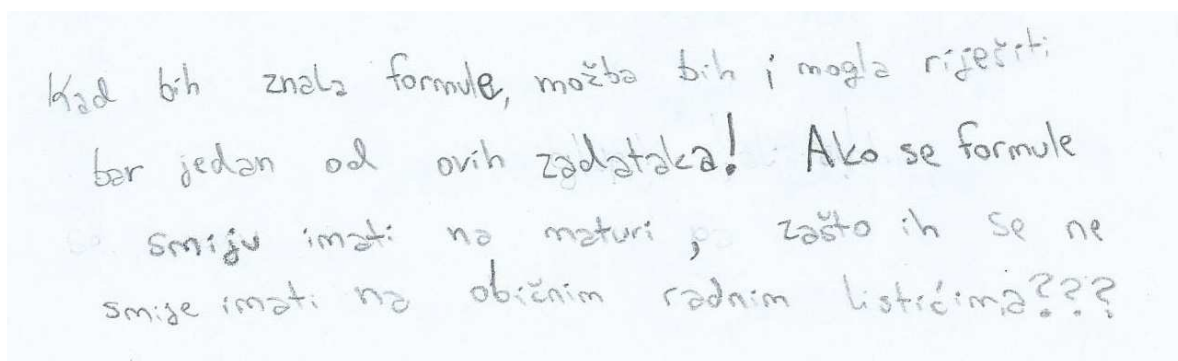


Ovaj ispit sam riješio ovako dobro jer sam imao divnog profesora fizike prvu godinu svog srednjoškolskog obrazovanja. (Ovo je očiti sarkazam).

Slika 20. Očiti sarkazam.



W=? Izračunala bih po formuli za rad koju sam očito zaboravila.



Kad bih znala formule, možda bih i mogla riješiti bar jedan od ovih zadataka! Ako se formule smiju imati na maturi, zašto ih se ne smije imati na običnim radnim listićima???

Slika 21. Korištenje formula.

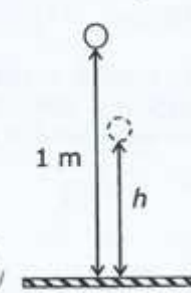
Učenica iz prvog primjera imala je sliku u zadatku, ali joj nije pomogla jer iz nje nije znala prepoznati danu informaciju (slika 19). Sarkazam drugog učenika upućuje na njegovo nezadovoljstvo nastavnikom fizike i dovodi to u vezu s rezultatom postignutim na ovom testu (slika 20). Treća učenica pak smatra da je posjedovanje formula usko povezano s uspjehom u rješavanju danih zadataka (slika 21). Učenici jezične gimnazije i tehničke škole također su napisali da bi znali riješiti zadatak da znaju formule (slično kao i studenti [9]). To je još jedan faktor koji bi bilo vrijedno istražiti u nekom od sljedećih istraživanja.

Slika 22 pokazuje da učenik ne povezuje veličine koje je napisao i ono što je računao sa situacijom i da nije siguran u to koja se energija treba uvrstiti u dobiveni izraz za visinu do koje će loptica odskočiti. Taj izraz dobio je, kako navodi, „matematičkom metodom okretanja formule“ prema pravilu trokuta koji je skicirao. Zbog nerazumijevanja postotaka u gubitku energije i zakona očuvanja ipak nije riješio zadatak.

4. Dora ispusti loptu mase 0,5 kg s visine 1 m. Tijekom udarca o pod lopta izgubi 30% svoje početne energije. Sila otpora zraka može se zanemariti. Do koje će visine  $h$  lopta odskočiti?

$m = 0,5 \text{ kg}$      $E = m \cdot g \cdot h$      $E_2 = m \cdot g \cdot h_2$   
 $h = 1 \text{ m}$      $E = 0,5 \cdot 9,81 \cdot 1$   
 $30\% E = 0,03$      $E_1 = 4,905 \text{ J}$      $v = ?$      $\Delta$      $\Delta$

$h = ?$  - oduzmemo od  $E_1 (4,905)$  30% početne energije, te onda taj broj postavimo umjesto  $E_2$  i onda matematičkom metodom otkrijemo formulu  $h_2 = \frac{E_2}{0,5 \cdot 9,81} = 1$  dobijemo visinu od koje će lopta odskočiti



Slika 22. Matematička metoda.

Slika 23 jedan je od nekoliko primjera u vezi s problemom zaokruživanja odgovora bez pravog obrazloženja. Odgovor je točan, ali zbog napisanog komentara (iskrenog priznanja) i prema drugom kriteriju bodovanja učenica je ipak dobila nula bodova. Kako evaluirati točne odgovore bez obrazloženja ako je tolika vjerojatnost da učenik nasumično zaokruži točan odgovor?

5. Vozilo mase  $m$  u zabavnom parku giba se s vrha brijega visine  $h_1$  na vrh brijega visine  $h_2$  ( $h_1 > h_2$ ). Za koliko se pritom promijenila njegova kinetička energija, ako vozilo nema uključen motor i trenje se može zanemariti?

a)  $mgh_2$   
 b)  $mg(h_1 + h_2)$   
 c)  $mg(h_1 - h_2)$   
 d)  $mg(h_2 - h_1)$

Obrazloži odgovor.

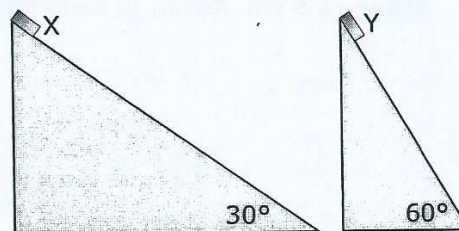
Igrala sam eci-peci-pec !!

Slika 23. Eci-peci-pec.

Slika 24 pokazuje točno zaokružene odgovore, ali učenici ne daju dobra obrazloženja. Prvi učenik dolazi do točnog odgovora, ali uz krivo objašnjenje jer ne razumije što će se dogoditi s tijelima na dnu kosine. Drugi učenik piše da je to trik pitanje, ali ne daje pravo obrazloženje, što pokazuje da je možda rješavao sličan zadatak pa mu je ta informacija ostala negdje pohranjena, samo ne razumije zašto je to tako.

6. Dvije jednake cigle se nalaze na vrhu dvije kosine jednake visine. Cigla X se nalazi na vrhu kosine nagiba  $30^\circ$ , a cigla Y na vrhu kosine nagiba  $60^\circ$ . Usporedite brzine cigli na dnu kosine. Zanemarite sile trenja i otpora zraka.

- a)  $v_x > v_y$
  - b)  $v_x = v_y$
  - c)  $v_x < v_y$
  - d) ne može se odrediti iz zadanih podataka
- Obrazloži odgovor.



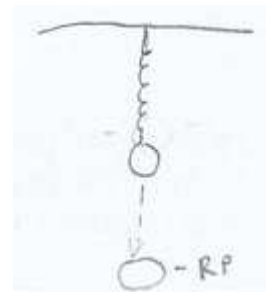
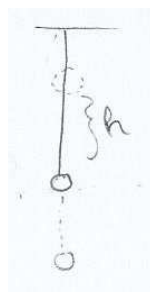
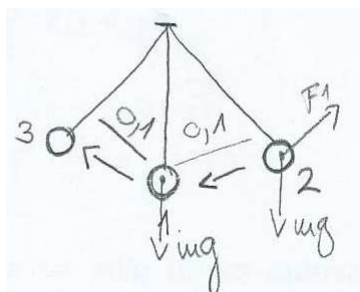
*Cigle će se razbiti na dnu kosine i brina  
biti će 0.*

- a)  $v_x > v_y$
  - b)  $v_x = v_y$
  - c)  $v_x < v_y$
  - d) ne može se odrediti iz zadanih podataka
- Obrazloži odgovor.

*To je bil pitanje, svi misle da će biti veća brina ako je  
veći nagib ali odgovor to nije tačno.*

Slika 24. Zaokružen točan odgovor s pogrešnim, ali zanimljivim obrazloženjima.

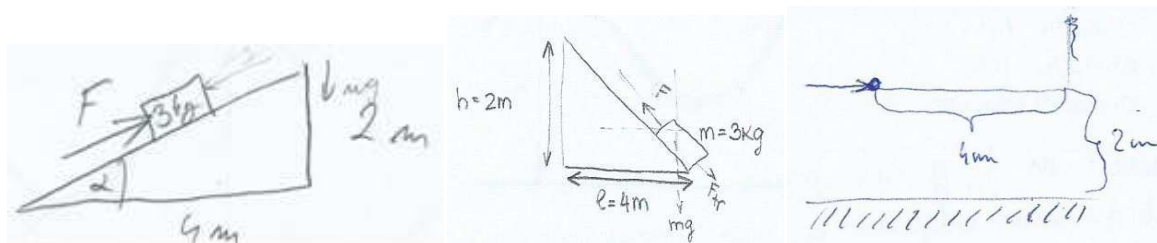
U analizi slika pokazalo se da mnogi imaju poteškoća s razumijevanjem fizikalnih situacija ili da ne znaju što podrazumijeva potpuni opis skicom, što prikazuju slike od 25 do 29. Među tim slikama našle su se i slike koje pokazuju drukčiji pristup u vizualizaciji te ukazuju na koliko se različitih načina može predložiti fizikalna situacija. Takve drukčije vizualizacije izdvojene su na slici 30 i slici 31.



Slika 25. Poteškoće u razumijevanju fizikalne situacije u prvom zadatku.

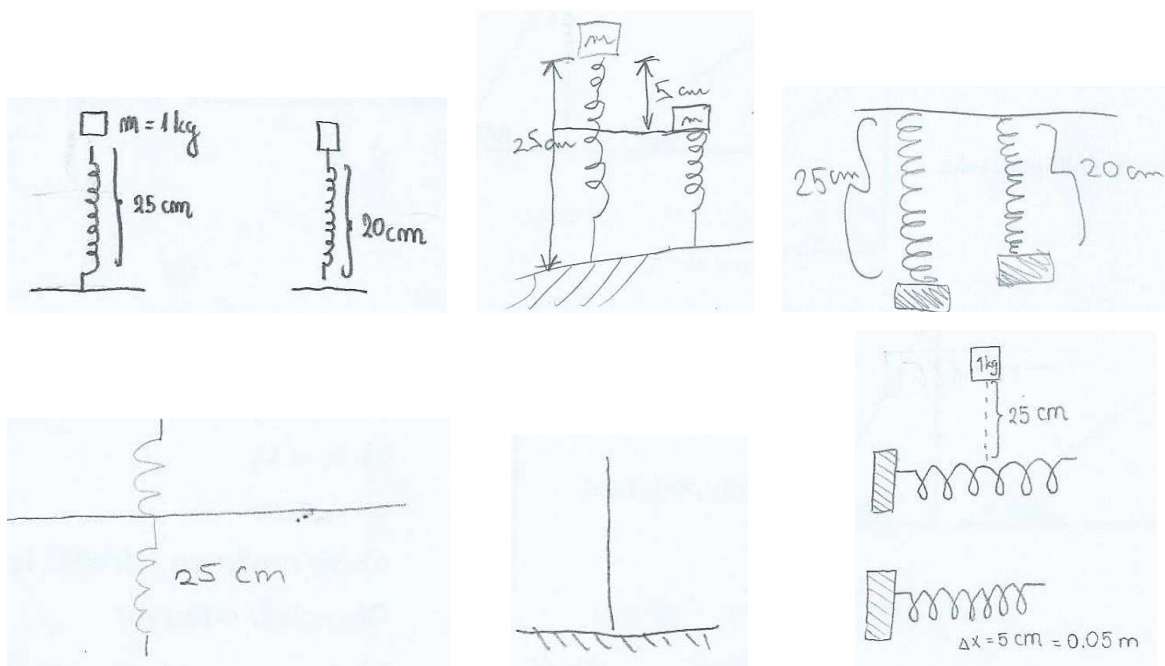


Učenici su pogrešno označili razliku visina i tu udaljenost crtali u koso, u smjeru kružne putanje kuglice. Crtali su i padajuću kuglicu čiji je put iznosio tu razliku visina od 0,1 m, dok je jedan učenik smatrao da se radi o opruzi koja se rasteže (iako piše da se kuglica njiše na niti) (slika 25).



Slika 26. Poteškoće u razumijevanju fizikalne situacije u drugom zadatku.

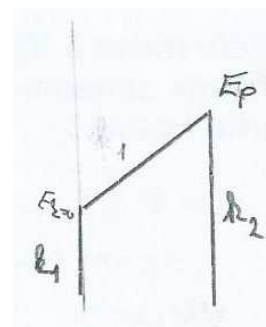
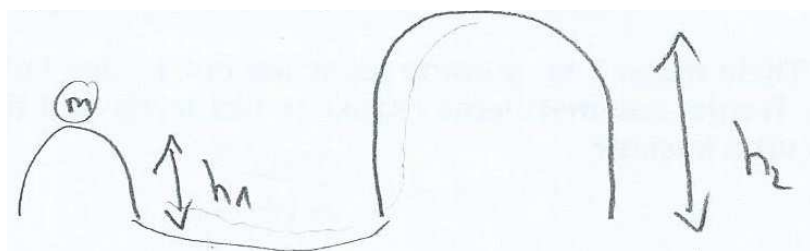
U drugom zadatku najčešća pogreška na skici bila je zamjena duljine kosine s bazom, a jedan učenik nije razumio pojam kosine i crtao je horizontalanu duljinu od 4 m na visini od 2 m (slika 26).



Slika 27. Poteškoće u razumijevanju fizikalne situacije u trećem zadatku

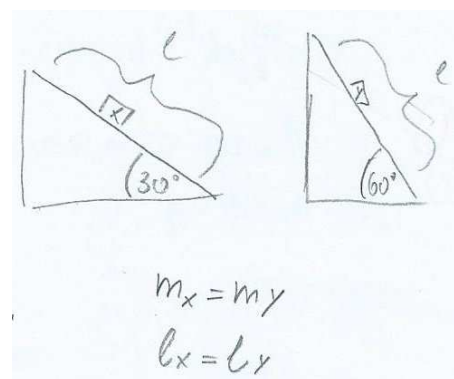
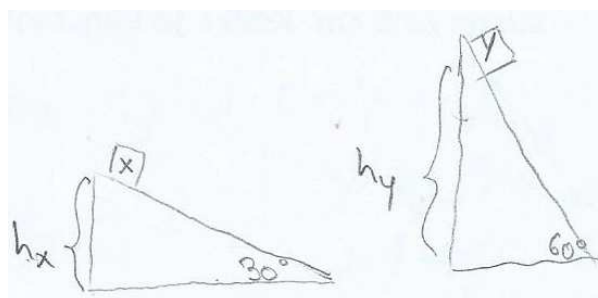
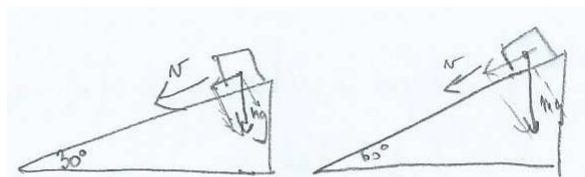
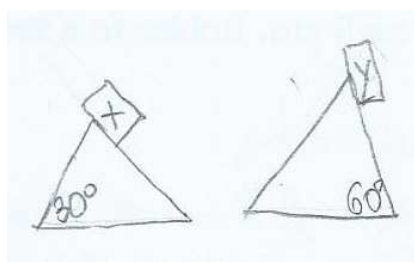
U trećem zadatku učenici su najčešće pogrešno označavali duljine opruge i zamjenjivali visinu s koje je tijelo pušteno da padne na oprugu s duljinom opruge. Neki učenici nacrtali su ovješenu oprugu, a neki dvije spojene opruge. Jedan učenik nije znao nacrtati oprugu, dok je nekoliko učenika nacrtalo horizontalnu oprugu na koju tijelo padne vertikalno, ali opruga se svejedno sabije u horizontalnom smjeru (slika 27). Zbog

nerazumijevanja fizikalne situacije i pogrešne vizualizacije učenici nisu ostvarili mnogo bodova na tom zadatku. Treći zadatak pokazao se najtežim u testu.



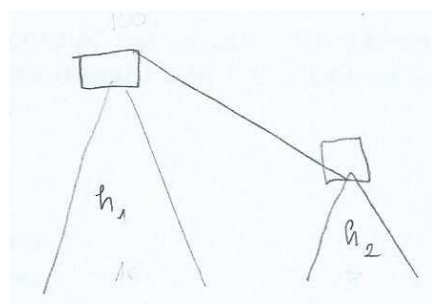
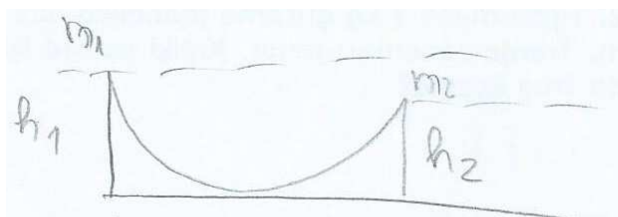
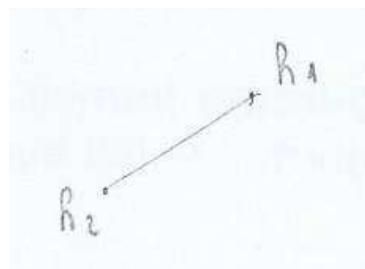
Slika 28. Poteškoće u razumijevanju fizikalne situacije u petom zadatku.

U petom zadatku jedini problem bio je što su neki crtali konačnu visinu višu od početne iako je u tekstu zadano ( $h_1 > h_2$ ), što ukazuje na manjak koncentracije (slika 28).

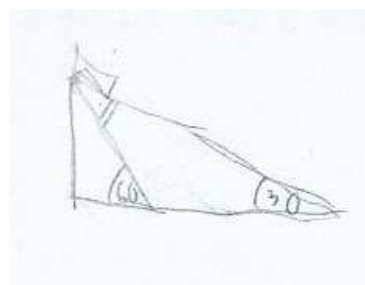
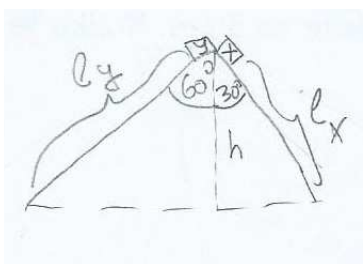
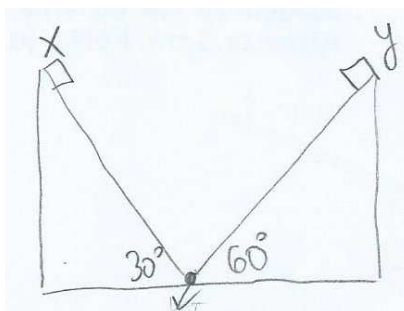


Slika 29. Poteškoće u razumijevanju fizikalne situacije u šestom zadatku.

U šestom zadatku pojavile su se dvije poteškoće s kosinom. Učenici ne znaju označiti zadani nagib kosine i crtaju dvije kosine različitih visina, pri čemu je kosina s većim nagibom bila viša, iako je zadano da su te dvije kosine jednake visine (slika 29).



Slika 30. Različite vizualizacije fizikalne situacije u petom zadatku.



Slika 31. Različite vizualizacije fizikalne situacije u šestom zadatku.

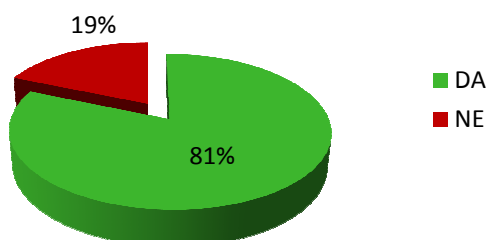
Kada u zadatku nije sadržana slika, učenik stvara svoju vizualizaciju koja ne mora nužno odgovarati našoj. Bitno je da savlada osnovne koncepte i da slika sadrži sve relevantne informacije. Neke su slike tako bile iznimno direktne, jednostavne, ali u srži točne, a druge su sadržavale neke nove ideje, poglede na situaciju, drukčiji kut gledanja na problem ili zamišljanja fizikalne situacije (slika 30 i slika 31).



#### 4.6. Analiza upitnika

Nakon rješavanja testa učenicima je podijeljen i kratki upitnik s pitanjima u vezi sa slikama koje su se nalazile u testu koji su upravo riješili te s pitanjima koja provjeravaju koliko često oni sami i njihovi profesori crtaju slike pri rješavanju zadataka. Na slikama označenima od 32 do 35 prikazana su pitanja iz upitnika i odgovori u postocima.

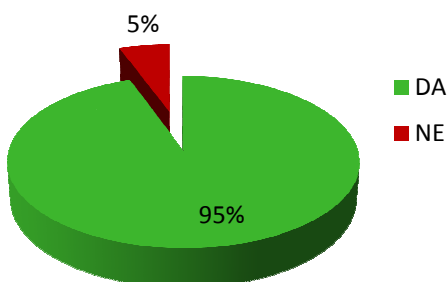
**Ako je u testu koji ste upravo rješavali zadatak sadržavao sliku, je li ti ona pomogla u njegovom rješavanju?**



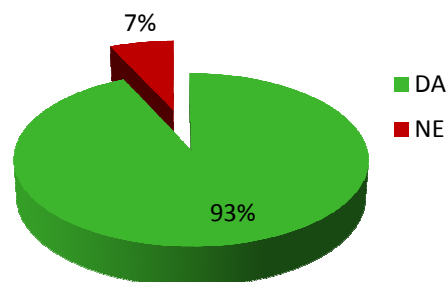
Slika 32. Odgovori u postocima na prvo pitanje u upitniku.

Preko 80 % učenika odgovorilo je kako im je slika u zadacima iz ovog testa koristila pri rješavanju, iako je sama riješenost tih zadataka bila niska. Pozitivno o utjecaju slike pri rješavanju odgovorila je i većina učenika koji zapravo te zadatke nisu uopće ni riješili. U obrazloženju svog odgovora mogli su navesti i primjer iz testa. Tako su najčešće navodili zadatke s kosinom, a zatim treći s oprugom i peti s vozilom u zabavnom parku, uz obrazloženje kako lakše mogu shvatiti što se traži u zadatku i kako im je lakše predložiti situaciju. Neki su naveli da im slike nisu pomogle, uz obrazloženje da nisu znali formule. Mnogo učenika nije ni pokušalo obrazložiti odgovor.

**Voliš li da je u zadatku slikom prikazana fizikalna situacija?**



**Pomažu li ti slike općenito prilikom rješavanja zadataka?**

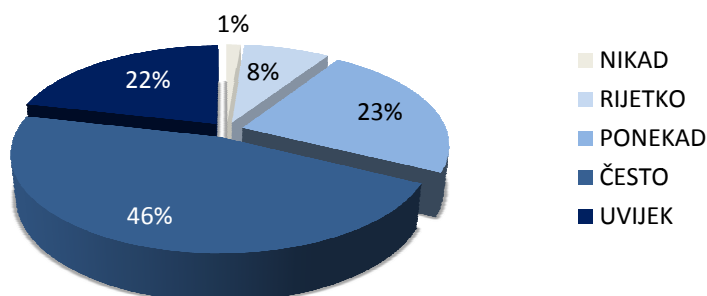


Slika 33. Odgovori u postocima na 2.a i 2.b pitanje u upitniku.

Preko 90 % učenika preferira da je u zadatku sadržana slika i općenito smatra da im slike pomažu prilikom rješavanja zadataka. Prilikom obrazlaganja svojeg odgovora većina ih navodi da je uz sliku u zadatku lakše razumjeti što je s čim povezano, kako im pomaže pri vizualizaciji i da često slika bolje objasni situaciju od teksta. Mnogo učenika nije obrazložilo svoj odgovor, dok je dio njih strelicom ukazalo na isto obrazloženje napisano uz odgovor na prvo pitanje.

U sljedećim pitanjima učenici su procjenjivali učestalost crtanja slika prilikom rješavanja zadataka na skali od 1 do 5, pri čemu je 1 značilo *nikad*, a 5 *uvijek*.

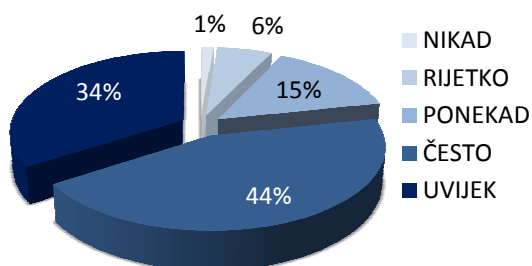
#### Koliko često crtaš slike dok rješavaš zadatke?



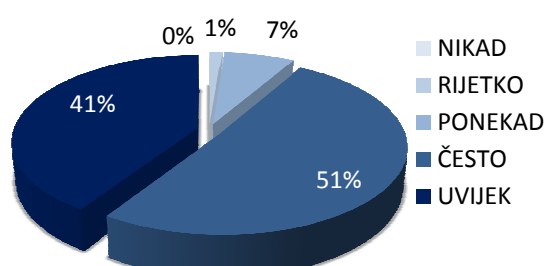
Slika 34. Odgovori u postocima na 2.c pitanje u upitniku.

Približno jedna petina svih učenika konstatira da uvijek crta slike prilikom rješavanja zadataka, a gotovo 70 % njih to čini ili uvijek ili često. To se otprilike slaže s rezultatima prikazanim na slici 8 gdje se vidi da je prosječno 60 % učenika nacrtalo sliku u zadacima koji je nisu sadržavali.

#### Koliko često su te tvoji profesori fizike upućivali na crtanje slika prilikom rješavanja zadataka?



#### Koliko često su tvoji profesori fizike crtali slike prilikom objašnjavanja i rješavanja zadataka na ploči?



Slika 35. Odgovori u postocima na treće i četvrto pitanje u upitniku.

Zanimljivo je vidjeti odgovore na treće i četvrto pitanje jer mogu ukazati na situaciju u razredu i na odnos nastavnika prema aspektu vizualizacije pri rješavanju zadataka. Ohrabrujuće je vidjeti da gotovo 80 % učenika smatra da je nastavnik uvijek ili često upućivao učenike na crtanje slika prilikom rješavanja, a da ih preko 90 % smatra kako su nastavnici uvijek ili često crtali sliku prilikom objašnjavanja i rješavanja zadataka na ploči.

## 5. Zaključci

Istraživanjem su obuhvaćena četiri tipa zagrebačkih srednjih škola: prirodoslovno-matematička, opća i jezična gimnazija i tehnička škola. Rezultati testa dobar su pokazatelj situacije razumijevanja i primjene zakona očuvanja energije kod učenika na kraju drugog razreda, godinu dana nakon što su učili to gradivo.

Najveći broj učenika (čak 26 %) ima 0 bodova. Broj učenika s većim brojem bodova smanjuje se. 73 % učenika nije zadovoljilo kriterij za pozitivnu ocjenu. U 4 % učenika koji su ostvarili najbolje rezultate, dvoje učenika ostvarilo je maksimalan broj bodova na testu. Mali broj učenika koji su prosječno dobro riješili test i pomak raspodjele ulijevo govore da test nije bio prilagođen većini učenika koji su sudjelovali u istraživanju. Svakako treba uzeti u obzir da se radi o vremenskom razdoblju od godinu dana nakon obrađenog gradiva i da je došlo do stanovitog zaboravljanja gradiva. Ipak, rezultati su zabrinjavajući s obzirom na to da smo ispitivali fundamentalne fizikalne koncepte i očekivali da je većina učenika njima ovladala.

Učenici prirodoslovno-matematičke škole ostvarili su najbolje rezultate u svim zadacima. Slijede ih učenici opće gimnazije, dok su učenici jezične gimnazije i tehničke škole približno jednako uspješni, ali su ostvarili najlošije rezultate. Iz rezultata testa može se zaključiti da su zadaci bili najviše prilagođeni učenicima prirodoslovno-matematičke gimnazije. Spomenuti loši rezultati velikog broja učenika iz drugih škola predstavljali su svojevrsni „šum“ u podacima. Samostalni rezultati prirodoslovno-matematičke gimnazije zadovoljavaju kriterij za normalnu raspodjelu i uzeti su kao temelj za daljnju analizu utjecaja slike na uspjeh u rješavanju zadataka.

Nakon provedenih statističkih testova ( $t$ -test, dvoparameterska analiza varijance) ne može se tvrditi da postoji statistički značajan utjecaj zadane slike na uspjeh u rješavanju zadataka u ovom istraživanju. Vrsta zadatka značajno utječe na uspjeh u rješavanju, dok nema značajnog utjecaja za interakciju dvaju faktora, slike i zadatka u kombinaciji. Ipak, na ovom malom uzorku uočava se da postoji trend utjecaja zadane slike na uspjeh u rješavanju nekih zadataka. Da bi se taj trend potvrdio i da bi se dobili statistički značajni rezultati trebaju se provesti daljnja istraživanja na većem broju učenika, s prilagođenijim

zadacima i na ujednačenijem (homogenijem) uzorku učenika (npr. na učenicima svih prirodoslovno-matematičkih škola u državi).

Pri analizi nacrtanih slika uspoređivani su podaci o nacrtanim slikama na svim razinama filtriranja podataka: rezultati svih škola, zajednički rezultati opće i prirodoslovne gimnazije, zajednički rezultati jezične gimnazije i tehničke škole, te samostalni rezultati prirodoslovno-matematičke gimnazije. Kako se povećava razina filtriranja podataka tako se povećava postotak onih koji su se odlučili na crtanje slika u zadacima. Učenici prirodoslovno-matematičke i opće gimnazije značajno su više crtali slike od učenika jezične gimnazije i tehničke škole. To ukazuje na korelaciju između crtanja slika i uspjeha u rješavanju zadataka.

Analizom pojedinačnih uspjeha učenika koji nisu crtali slike naspram onih koji su crtali slike, za pojedini zadatak, zaključuje se da postoji značajna razlika, tj. učenici koji nisu crtali slike postigli su u prosjeku slabiji rezultat na svim zadacima. Osim *a priori* zadanih slika, slike koje su crtali učenici pridonijele su vizualizaciji dane fizikalne situacije. Zbog toga je uspoređen uspjeh onih učenika koji nisu imali sliku u zadatku, a nisu sliku ni sami nacrtali s uspjehom učenika koji su ili imali zadanu sliku ili su nacrtali vlastitu. Rezultati su pokazali da oba faktora zadana/nacrtana slika (tj. vizualizacija) i vrsta zadatka značajno utječu na uspjeh u rješavanju. Interakcija između tih dvaju faktora nije bila statistički značajna. Među učenicima prirodoslovno-matematičke gimnazije koji su najuspješnije riješili test, gotovo u većini zadataka, približno 50 % nacrtanih slika bilo je nepotpuno ili pogrešno. Analizom je pokazano da postoji značajan utjecaj kvalitete nacrtane slike na uspjeh u rješavanju zadataka. Učenici koji su nacrtali točne i potpune slike bili su uspješniji od učenika koji su nacrtali nepotpune ili pogrešne slike.

U analizi slika pokazalo se da mnogi imaju poteškoća s razumijevanjem fizikalnih situacija ili da ne znaju što podrazumijeva potpuni opis skicom. Neke od poteškoća jesu: pogrešno označena slika u odnosu na ono što je zadano u zadatku, crtanje padajuće kuglice (iako piše da se kuglica njiše na niti), zamjena duljine kosine s bazom kosine, nerazumijevanje situacije pada tijela na oprugu. U četvrtom zadatku (s kuglicom koja odskoče od poda) učenici su najrjeđe crtali slike jer su vjerojatno lako mogli zamisliti zadanu situaciju, zadatak im je bio intuitivan, stoga je riješenost bila visoka. U petom zadatku bio je najmanji broj nepotpunih ili pogrešno nacrtanih slika jer im je vjerojatno

zadana situacija vozila u zabavnom parku bliska. Pritom se u tom zadatku pojavio najveći broj različitih vizualizacija. Promatrajući drugi i šesti zadatak u kojem se nalazi kosina, od ukupnog broja učenika koji su crtali slike, njih 35 % zapravo je imalo neku od poteškoća s razumijevanjem kosine. I upravo su to zadaci u kojima se od početka nazire trend pozitivnog utjecaja zadane slike u rješavanju zadataka, neovisno o provedenom filtriranju. Ostale uočene poteškoće jesu: miješanje mjernih jedinica (16 % učenika), miješanje fizikalnih veličina i zbrajanje dviju različitih fizikalnih veličina.

Na temelju komentara uočilo se kako dio učenika smatra da je posjedovanje formula usko povezano s uspjehom u rješavanju danih zadataka. Iskustvo nastavnika pokazuje da učenici imaju velikih poteškoća s primjenom zakona očuvanja energije i ako poznaju formule za pojedine oblike energije. To se pokazalo i u ovom istraživanju. Ipak mnogi učenici nisu se mogli sjetiti izraza za neke oblike energije (posebno za elastičnu potencijalnu energiju). Bilo bi vrijedno istražiti u nekom od sljedećih istraživanja koliko i kako posjedovanje formula utječe na rješavanje zadataka.

Na pitanja iz ankete preko 80 % učenika odgovorilo je kako im je slika u zadacima iz danog testa koristila pri rješavanju, iako je sama riješenost tih zadataka bila niska. Pozitivno o utjecaju slike pri rješavanju odgovorila je i većina učenika koji zapravo te zadatke uopće nisu ni riješili. To pokazuje da sama vizualizacija nije dovoljna za rješavanje zadataka – to je samo prvi korak. Preko 90 % učenika preferira da je u zadatku sadržana slika i općenito smatra da im slike pomažu prilikom rješavanja zadataka. Prilikom obrazlaganja svojeg odgovora većina ih navodi da je uz zadanu sliku u zadatku lakše razumjeti što je s čim povezano, kako im pomaže pri vizualizaciji i da često slika bolje objasni situaciju od teksta. Neki su naveli da im slike nisu pomogle, uz obrazloženje da nisu znali formule. Mnogi učenici nisu obrazložili svoj odgovor.

Približno 20 % svih učenika konstatira da uvijek crta slike prilikom rješavanja zadataka, a gotovo 70 % njih to čini ili uvijek ili često. Analizom je potvrđeno da je prosječno 60 % učenika nacrtalo sliku u zadacima u kojima slika nije bila zadana. Gotovo 80 % učenika smatra da je nastavnik uvijek ili često upućivao učenike na crtanje slika prilikom rješavanja, a preko 90 % smatra kako su nastavnici uvijek ili često crtali sliku prilikom objašnjavanja i rješavanja zadataka na ploči. Odgovori mogu ukazati na situaciju u razredu i na odnos nastavnika prema aspektu vizualizacije pri rješavanju zadataka.

## 6. Implikacije na nastavu

Slobodno se možemo zapitati što ostaje od nastavnih sadržaja nastave fizike u učeničkoj svijesti ako godinu dana nakon učenja zakona očuvanja energije u mehanici tako loše riješe test. Učenici su često komentirali kako bi znali riješiti zadatke da su imali formule. Treba li inzistirati na ne davanju formula ili dopustiti taj dio formalizma, ali onda prilagoditi zadatke? Jesu li formule spasonosno rješenje? Iskustvo pokazuje da nisu jer učenici i uz poznavanje formula imaju velikih poteškoća s primjenom osnovnih fizikalnih koncepata kao što je zakon očuvanja energije. To što učenici imaju formule na državnoj maturi, ne znači da tijekom nastave fizike ne trebaju usvojiti neke osnovne formule i znati ih primjeniti.

Osim pitanja korištenja formula javlja se još jedno otvoreno pitanje povezano s državnom maturom. Peti zadatak pokazuje da je velik broj učenika zaokružio točan odgovor – imaju li učenici ipak neku intuiciju ili su možda prepisivali? To što se na državnoj maturi priznaju odgovori na zaokruživanje bez obrazloženja (zbog velikog broja testova i brzog/jeftinijeg ispravljanja uz pomoć optičkih čitača) ne znači da bi tako trebalo biti i u razredu. Od učenika treba tražiti obrazloženje, na tome inzistirati i na taj način ih dovoditi u situaciju da vježbaju izražavanje. Često učenici imaju problema s čitanjem i razumijevanjem teksta zadatka i artikulacijom svojih zapažanja i misli. Bez ispravnog izražavanja i davanja potpunog obrazloženja nastavnici ne mogu imati pravi uvid u učenikovo znanje i razumijevanje fizikalnih situacija. Zato se na temelju samog zaokruživanja točnih odgovora bez obrazloženja ne može dati prava procjena učenikovih sposobnosti zaključivanja.

Pokazalo se da učenici u velikoj mjeri ne vladaju s konceptom energije i zakonom očuvanja energije. Važne koncepte kao što su energija i zakon očuvanja energije treba u poučavanju fizike ponavljati i stalno se na to vraćati povezujući gradivo. Obradi tog dijela gradiva prvog razreda trebalo bi posvetiti više pozornosti, naći druge pristupe, poput stupčastih dijagrama ili nečega sličnoga, koji olakšavaju vizualizaciju pri rješavanju zadataka s energijom. Osim u mehanici i u drugim područjima fizike trebalo bi naglašavati zakon očuvanja energije. Indikativno je da bi trebalo poučavati učenike putem višestrukih reprezentacija.

Iako ovo istraživanje nije pokazalo značajan utjecaj zadane slike u zadatku, naslutio se trend takva utjecaja koji je vrijedan daljnjeg istraživanja. S druge strane, to upućuje na razvijanje sposobnosti rješavanja zadataka putem višestrukih reprezentacija. Slika je učenicima intuitivna reprezentacija i olakšava razumijevanje dane fizikalne situacije ako je zadana kao dodatna reprezentacija uz verbalnu i/ili matematičku. Ono što je istraživanje pokazalo jest utjecaj vizualizacije općenito na uspjeh u rješavanju zadataka. Oni učenici koji su bili skloniji crtanju slika ostvarili su bolje rezultate na testu. Ono što je ovo istraživanje također pokazalo jest da je bitna i kvaliteta nacrtanih slika. Nije važno samo bilo kako crtati slike, već crtanje potpunih (kvalitetnih) slika više pomaže u rješavanju zadataka. Vjerojatno je crtanje slika (kao i dijagrama i grafova) važna pomoć pri vizualizaciji, kao druga reprezentacija osim zadane.

Iako velik broj učenika tvrdi kako njihovi profesori koriste slike u objašnjavanju i rješavanju zadataka, samo ih jedna petina to uvijek čini. Zašto ih ne koriste više ako 90 % učenika tvrdi kako im slike pomažu u vizualizaciji fizikalne situacije? I dalje treba inzistirati na crtanju slika, podržavati crtanje slika i dijagrama u zadacima – učenike osposobiti da budu fluentni u primjenama različitih reprezentacija pri rješavanju zadataka.

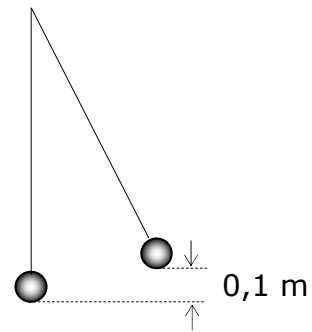


## Dodaci

### Dodatak A

*Test: model rješenja i opis bodovanja pojedinog zadatka*

1. Kuglica mase 0,2 kg njiše se na niti u vertikalnoj ravnini. Kuglica se giba iz najvišeg položaja prema ravnotežnom položaju, koji se nalazi 0,1 m niže. Kolika će biti kinetička energija kuglice kad bude prolazila ravnotežnim položajem?



Postavljen zakon očuvanja energije:  $E_{pot} = E_{kin}$

1 bod

Iskazana formula za potencijalnu energiju:  $E_{pot} = mgh$

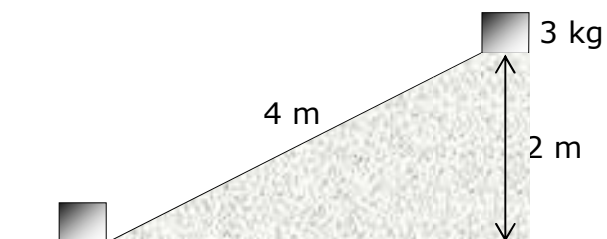
1 bod

Točno rješenje:  $E_{kin} = 0,2 \text{ J}$

1 bod

Ukupno: 3 boda

2. Tijelo mase 3 kg guramo jednoliko duž kosine koja je dugačka 4 m, a visoka 2 m. Trenje zanemarujemo. Koliki se rad izvrši nad tijelom ako ga se gura od dna do vrha kosine?



Koncept da je rad promjena energije:  $W = \Delta E$

1 bod

Iskazana formula za gravitacijsku potencijalnu energiju:  $E_{pot} = mgh$

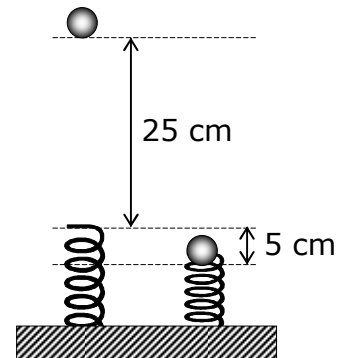
1 bod

Točno rješenje:  $W = 60 \text{ J}$

1 bod

Ukupno: 3 boda

3. Elastična opruga zanemarive mase postavljena je vertikalno na horizontalnu podlogu. Tijelo mase  $1 \text{ kg}$  postavljeno je iznad opruge tako da je donji kraj tijela udaljen  $25 \text{ cm}$  od vrha opruge. Tijelo ispustimo na oprugu i pritom se opruga stisne za  $5 \text{ cm}$ . Kolika je konstanta elastičnosti opruge?



Postavljen zakon očuvanja energije:  $E_{pot} = E_{elast}$

1 bod

Iskazana formula za gravitacijsku potencijalnu energiju:  $E_{pot} = mgh$

1 bod

Iskazana formula za elastičnu potencijalnu energiju:  $E_{elast} = \frac{1}{2}kx^2$

1 bod

Uočiti da je ukupna promjena visine  $h = 25 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$

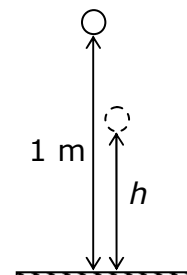
1 bod

Točno rješenje:  $k = 2400 \text{ N/m}$

1 bod

Ukupno: 5 boda

4. Dora ispusti loptu mase  $0,5 \text{ kg}$  s visine  $1 \text{ m}$ . Tijekom udarca o pod lopta izgubi 30% svoje početne energije. Sila otpora zraka može se zanemariti. Do koje će visine  $h$  lopta odskočiti?



Postavljen zakon očuvanja energije:  $E_{pot1} - \Delta E = E_{pot2}$  1 bod

Ispravno odrediti gubitak od 30 % početne energije:  $\Delta E = 0,3 \cdot E_{pot1}$  1 bod

Iskazana formula za gravitacijsku potencijalnu energiju:  $E_{pot} = mgh$  1 bod

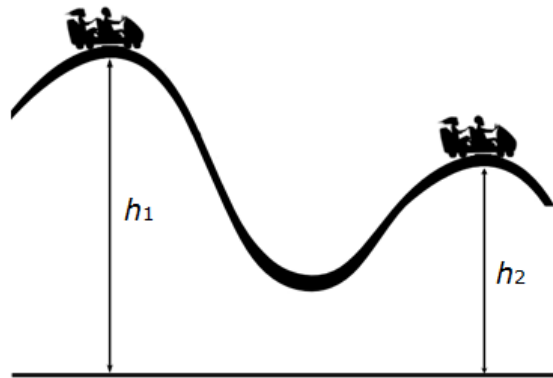
Točno rješenje:  $h = 0,7 \text{ m}$  1 bod

Ukupno: 4 boda

5. Vozilo mase  $m$  u zabavnom parku giba se s vrha brijega visine  $h_1$  na vrh brijega visine  $h_2$  ( $h_1 > h_2$ ). Za koliko se pritom promijenila njegova kinetička energija, ako vozilo nema uključen motor i trenje se može zanemariti?

- a)  $mgh_2$
- b)  $mg(h_1 + h_2)$
- c)  $mg(h_1 - h_2)$
- d)  $mg(h_2 - h_1)$

Obrazloži odgovor.



Odgovor c)

Potpuno obrazloženje: 2 boda

Riječima, opisno, ili formulama:  $E_{pot1} + E_{kin1} = E_{pot2} + E_{kin2}$

$$E_{kin2} - E_{kin1} = E_{pot1} - E_{pot2}$$

$$\Delta E_{kin} = mg(h_1 - h_2)$$

Djelomično obrazloženje: 1 bod

Ne spominje zakon očuvanja energije, ne spominje promjenu kinetičke energije ili samo navodi da je to zbog razlike u visinama.

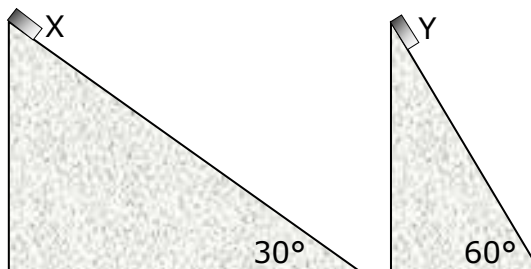
Bez obrazloženja ili krivo obrazloženje: 0 bodova

6. Dvije jednake cigle se nalaze na vrhu dvije kosine jednake visine. Cigla X se nalazi na vrhu kosine nagiba  $30^\circ$ , a cigla Y na vrhu kosine nagiba  $60^\circ$ .

Usporedite brzine cigli na dnu kosine. Zanemarite sile trenja i otpora zraka.

- a)  $v_x > v_y$
- b)  $v_x = v_y$
- c)  $v_x < v_y$
- d) ne može se odrediti iz zadanih podataka

Obrazloži odgovor.



Odgovor b)

Potpuno obrazloženje: 2 boda

Riječima, opisno, ili formulama: Zbog zakona očuvanja energije za svako tijelo  $E_{pot} = E_{kin}$ ,  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ,  $v^2 = 2gh$ . Brzina ovisi samo o visini, a ne o duljini kosine. (Brzine će im biti jednake i ako im mase nisu jednake, jer se mase pokrate). Kako su tijelima jednake početne potencijalne energije (jer su im iste mase) bit će im iste i konačne kinetičke energije, znači da će im brzine biti jednake.

Djelomično obrazloženje: 1 bod

Ne spominje zakon očuvanja energije, računa duljinu kosine i komponentu akceleracije gravitacije ili samo navodi da je to zbog istih visina.

Bez obrazloženja ili krivo obrazloženje: 0 bodova

## Dodatak B

### Upitnik

1. Ako je u testu koji ste upravo rješavali zadatak sadržavao sliku, je li ti ona pomogla u njegovom rješavanju? DA NE

Obrazloži odgovor (možeš navesti primjer).

2. Općenito o slikama u zadacima:

a) Voliš li da je u zadatku slikom prikazana fizikalna situacija? DA NE

b) Pomažu li ti slike općenito prilikom rješavanja zadataka? DA NE

Obrazloži odgovor.

- c) Koliko često crtaš slike dok rješavaš zadatke?

1	2	3	4	5
Nikad	Rijetko	Ponekad	Često	Uvijek

3. Koliko često su te tvoji profesori fizike upućivali na crtanje slika prilikom rješavanja zadataka?

1	2	3	4	5
Nikad	Rijetko	Ponekad	Često	Uvijek

4. Koliko često su tvoji profesori fizike crtali slike prilikom objašnjavanja i rješavanja zadataka na ploči?

1	2	3	4	5
Nikad	Rijetko	Ponekad	Često	Uvijek

Molim te, u tablicu upiši svoje (zaključne) ocjene iz fizike.

Razred	
1.	2.

**Hvala na sudjelovanju!**

## Literatura

- [1] Meltzer, D. E. Relation between students' problem-solving performance and representational format. // American Journal of Physics. Vol. 73, 5 (2005), str. 463-478.
- [2] Maries, A.; Singh, C. To use or not to use diagrams: The effect of drawing a diagram in solving introductory physics problems. // AIP Conference Proceedings. Vol. 1513 (2013), str. 282-285.
- [3] Newell, A.; Simon, H. Human Problem Solving. Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall, 1972.
- [4] Savinainen, A.; Mäkynen, A.; Nieminen, P; Viir, J. Does using a visual-representation tool foster students' ability to identify forces and construct free-body diagrams? // Physical Review Special Topics - Physics Education Research. Vol. 9, 1 (2013), str. 010104-1-010104-11.
- [5] Rosengrant, D.; Etkina, E.; Van Heuvelen, A. An Overview of Recent Research on Multiple Representations. // Physics Education Research Conference 2006 / edited by McCullough, Hsu and Heron. American Institute of Physics, 2007. Str. 149-152.
- [6] Kohl, P.B.; Finkelstein, N. D. Student representational competence and self-assessment when solving physics problems. // Physical Review Special Topics - Physics Education Research. Vol.1, 1 (2005), str. 010104-1-010104-11.
- [7] De Cock, M. Representation use and strategy choice in physics problem solving. // Physical Review Special Topics – Physics Education Research. Vol. 8, 2 (2012), str. 020117-1-020117-15.
- [8] Planinić, M.; Ivanjek, L. Malo drugačiji pristup energiji (radionica). // Deseti hrvatski simpozij o nastavi fizike: Nastava fizike – postignuća i izazovi 2011 / urednik P. Pećina. Hrvatsko fizikalno društvo, 2011. Str. 61-65.

- [9] Ding, L.; Chabay, R.; Sherwood, B. How Do Students in an Innovative Principle-Based Mechanics Course Understand Energy Concepts? // *Journal of Research in Science Teaching*. Vol. 50, 6 (2013), str. 722-747.
- [10] Singh, C.; Rosengrant, D. Multiple-choice test of energy and momentum concepts. // *American Journal of Physics*. Vol. 71, 6 (2003), str. 607-617.
- [11] Van Heuvelen, A.; Zou, X. Multiple representations of work-energy processes. // *American Journal of Physics*. Vol. 69, 2 (2001), str. 184-194.
- [12] Meltzer, D. E. Investigation of students' reasoning regarding heat, work, and the first law of thermodynamics in an introductory calculus-based general physics course. // *American Journal of Physics*. Vol. 72, 11 (2004), str. 1432-1446.
- [13] Arons, A. B. Development of energy concepts in introductory physics courses. // *American Journal of Physics*. Vol. 67, 12 (1999), str. 1063-1067.
- [14] Jewett Jr., J. W. Energy and the Confused Student I: Work. // *The Physics Teacher*. Vol. 46, 1 (2008), str. 38-43.
- [15] Chabalengula, V. M.; Mumba, F., (31.10.2012), *Energy Conservation: Understanding Energy Conservation: Intersection Between Biological and Everyday Life Contexts*, <http://www.intechopen.com/books/energy-conservation/understanding-energy-conservation-intersection-between-biological-and-everyday-life-contexts>, 2.7.2014.
- [16] Šošić, I. Primijenjena statistika. 2. izmijenjeno izdanje. Zagreb: Školska knjiga, 2006.
- [17] Kirkman, T.W., (1996), *Statistics to Use*, <http://www.physics.csbsju.edu/stats/>, 27.6.2014.
- [18] Leinhardt, G.; Zaslavsky, O.; Stein, M. K. Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. // *Review of Educational Research*. Vol. 60, 1 (1990), str. 1-64.